Kleine Höhen und nicht abelsche Erweiterungen

Zusammenfassung: Die (logarithmische absolute) Weil Höhe nimmt auf den algebraischen Zahlen beliebig kleine positive Werte an. Schränkt man sich auf einen Zahlkörper ein, dann gibt es nur endlich viele Elemente beschränkter Höhe. In diesem Fall besitzt das Spektrum der Höhe eine Lücke rechts der Null. Alle Einheitswurzeln erzeugen eine unendliche abelsche Erweiterung F von Q. Dennoch konnten Amoroso und Dvornicich beweisen, dass die Höhe eines Elements aus F entweder 0 oder mindestens (log 5)/12 ist.

Sei E eine elliptische Kurve über Q ohne komplexe Multiplikation. Die Torsionspunkte von E erzeugen eine unendliche Galoiserweiterung K/Q die, aufgrund eines Resullts von Serre, nicht abelsch ist. Im Vortrag berichte ich über folgendes Resultat. In K kann es keine Elemente beliebig kleiner positiver Höhe geben. Weiterhin gibt es eine analoge Aussage für die Nèron-Tate Höhe auf $E(K)$. Im Beweis spielen archimedische und nicht-archimedische Gleichverteilungsresultate von Bilu, Chambert-Loir, Szpiro-Ullmo-Zhang sowie die Theorie von Lubin-Tate Module eine Rolle.