Universität Regensburg
NWF I – Mathematik
Prof. Dr. Uwe Jannsen
Dr. Ivan Kausz

WS 2004/05
26.10.2004

Übungen zur Algebraischen Geometrie I

Blatt 1

(Abgabe am 02.11.2004 vor der Vorlesung)

1) Zeigen Sie:

   (a) Sind $m, n \in \mathbb{Z}$ mit $ggT(m,n) = 1$, so ist $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} = 0$.

   (b) Es gibt einen kanonischen Ringisomorphismus $\mathbb{Q} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} \cong \mathbb{Q}$.

2) Zeigen Sie: Für Ideale $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$ in einem Ring R gibt es einen kanonischen Ringisomorphismus

$$R/\mathfrak{a} \otimes_R R/\mathfrak{b} \cong R/(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}).$$

3) Zeigen Sie: Für jeden Ring R ist die Sequenz

$$\dots \xrightarrow{A} R^2 \xrightarrow{A} R^2 \xrightarrow{A} R^2 \xrightarrow{A} \dots$$

exakt, wenn die lineare Abbildung A durch die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ gegeben ist.

4) Zeigen Sie: Ist B flache A-Algebra und C flache B-Algebra, so ist C flach als A-Algebra.