

Algebraische Geometrie I

Wintersemester 2008/2009

Übungsblatt 1

17. Oktober 2008

Aufgabe 1. Sei A ein Ring, $A[X_1, \dots, X_n]$ der Polynomring in n Variablen über A und seien $a_1, \dots, a_n \in A$. Zeigen Sie, dass es einen kanonischen Ringisomorphismus

$$A[X_1, \dots, X_n] / \langle X_1 - a_1, \dots, X_n - a_n \rangle \xrightarrow{\sim} A$$

gibt.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. Sei k ein Körper und $k[X]$ der Polynomring in einer Variablen über k . Zeigen Sie, dass es unendlich viele Primideale $\mathfrak{p} \subseteq k[X]$ gibt.

(4 Punkte)

Aufgabe 3. Seien $R \subseteq S \subseteq T$ Ringerweiterungen. Zeigen Sie, dass, falls S endlich erzeugte R -Algebra und T endlich erzeugter S -Modul sind, dann T eine endlich erzeugte R -Algebra ist. Gilt derselbe Schluss unter der schwächeren Voraussetzung, dass S endlich erzeugte R -Algebra und T endlich erzeugte S -Algebra sind?

(4 Punkte)