Übungen zur Vorlesung „Funktionentheorie 1“ im SS 2001

Dr. Bernd Ammann, Universität Hamburg

Blatt 5 4. Mai 2001

Übungsgruppen:
Gruppe 1 (Zeinstra), Geom 432, am Freitag 11.45–13.15 Uhr,
Gruppe 2 (Kabel), Geom 435 am Freitag 12.30–14 Uhr.

1 Jede der drei Funktionen $f_1(z) = |z|$, $f_2(z) = \mathrm{Re}(z) + \mathrm{Im}(z)$, $f_3(z) = z^2$ soll integriert werden über jede der folgenden Kurven von 0 nach $1+i$:

(a) $\gamma_1(t) = (1+i)\,t$ für $0 \le t \le 1$

(b) $\gamma_2(t) = \begin{cases} t & \text{für } 0 \le t \le 1 \\ 1 + i\,(t-1) & \text{für } 1 \le t \le 2 \end{cases}$

2 Sei $\tau : [0,1] \to [0,1]$ bijektiv, τ, τ^{-1} stückweise stetig differenzierbar, $\tau(0) = 0$, $\tau(1) = 1$. Sei $\gamma : [0,1] \to G$ eine stückweise stetig differenzierbare Kurve. Dann ist γ homotop zu $\gamma \circ \tau$.

3 Sei G ein Gebiet, $p \in G$. Man zeige die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

(1) G ist einfach zusammenhängend, d.h. jede Schleife ist homotop zu einer Punktkurve.

(2) Jede Schleife $\gamma : [0,1] \to G$ ist *frei homotop Null*, d.h. es gibt eine stückweise stetig differenzierbare Abbildung $\Psi : [0,1] \times [0,1] \to G$ mit $\Psi(t,0) = \gamma(t)$, $\Psi(t,1) = \Psi(1,1)$ und $\Psi(0,s) = \Psi(1,s)$ für alle $t, s \in [0,1]$.

(3) Jede Schleife in G mit Basispunkt p ist homotop zu der Punktkurve mit Basispunkt p.

(4) Je zwei Kurven in G mit gleichem Anfangs- und Endpunkt sind homotop.

Abgabe: Dienstag, 8. Mai 2001 vor der Vorlesung
Bitte geben Sie Ihren Namen und Ihre Gruppennummer auf Ihren Lösungen an.
`http://www.math.uni-hamburg.de/home/ammann/ft`