# Übungen zur Vorlesung „Funktionentheorie 1“ im SS 2001

Dr. Bernd Ammann, Universität Hamburg

Blatt 9 — 29. Mai 2001

*Übungsgruppen:*
*Gruppe 1 (Zeinstra), Geom 432, am Freitag 11.45–13.15 Uhr,*
*Gruppe 2 (Kabel), Geom 435 am Freitag 12.30–14 Uhr.*

**1** Berechnen Sie die Laurent-Entwicklung im Punkte 0 der Funktionen

(1) $f : \mathbb{C} \setminus \{0\} \to \mathbb{C}$, $f(z) = e^{1/z^2}$ auf dem Kreisring-Gebiet $\mathbb{C} \setminus \{0\}$

(2) $f : \mathbb{C} \setminus \{0, 2\} \to \mathbb{C}$, $f(z) = \frac{1}{z(z-2)}$ auf dem Kreisring-Gebiet $\{z \in \mathbb{C} \,|\, 0 < |z| < 2\}$

(3) $f : \mathbb{C} \setminus \{0, 2\} \to \mathbb{C}$, $f(z) = \frac{1}{z(z-2)}$ auf dem Kreisring-Gebiet $\{z \in \mathbb{C} \,|\, 2 < |z| < \infty\}$

**2** Sei $A := \left\{\frac{1}{n} \,|\, n \in \mathbb{N}\right\} \cup \{0\}$. Bestimmen Sie alle holomorphe, beschränkte Funktionen auf $\mathbb{C} \setminus A$. *Beachten Sie hierbei, dass A nicht diskret ist.*

**3** Es sei $f(z) := \frac{1}{z(1-z^2)}\, e^{1/z^3}$. Bestimmen Sie die Lage und die Art der Singularitäten von $f$.

**4** Bestimmen Sie alle biholomorphen Abbildungen $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$. (*Tipp: Zeigen Sie zuerst mit Hilfe des Satzes von Casorati-Weierstrass und dem Satz von der Gebietstreue, dass $f(1/z)$ keine wesentliche Singularität in* 0 *hat. Anschließend kann der Fundamentalsatz der Algebra nützlich sein.*)

Abgabe: Dienstag, 12. Juni 2001 vor der Vorlesung
Bitte geben Sie Ihren Namen und Ihre Gruppennummer auf Ihren Lösungen an.
`http://www.math.uni-hamburg.de/home/ammann/ft`