Übungen zur Vorlesung „Funktionentheorie 1" im SS 2001

Dr. Bernd Ammann, Universität Hamburg

Blatt 13 3. Juli 2001

---

1 Bestimmen Sie Mittag-Leffler-Entwicklungen der folgenden Funktionen

(a) $\tan z$

(b) $\frac{1}{\sin z}$

(c) $\frac{1}{\cos z}$

2 Bestimmen Sie Weierstraßsche Produktentwicklungen von

(a) $\cos z$

(b) $\sinh z$

(c) $e^{az} - e^{bz}$, $a, b \in \mathbb{C}$

3 Seien $G_1, G_2 \subset \mathbb{C}$ Gebiete und sei $k : G_1 \to G_2$ biholomorph. Sei $f : G_2 \to \mathbb{R}$ eine harmonische Funktion, d.h. $\Delta f \equiv 0$. Zeigen Sie, dass auch $f \circ k$ eine harmonische Funktion ist.

4 Sei G ein homolog einfach zusammenhängendes Gebiet in $\mathbb{C}$, $G \neq \mathbb{C}$, $z_0 \in G$. Sei $\overline{G}$ der Abschluss von G. Zeigen Sie, dass es eine stetige Funktion $f : \overline{G} \setminus \{z_0\} \to \mathbb{R}$ gibt mit

(a) f ist eine harmonische Funktion auf $G \setminus \{z_0\}$.

(b) Für alle $z \in \partial G$ gilt $f(z) = 0$

(c) $\lim_{z \to z_0} |f(z)| = \infty$

(Tipp: Benutzen Sie die Logarithmus-Funktion, um das Problem zunächst für die Einheitskreisscheibe zu lösen. Verwenden Sie dann den Riemannschen Abbildungssatz, um ein geeignetes $f : G \setminus \{z_0\} \to \mathbb{R}$ zu finden, das sich durch 0 stetig auf den Rand fortsetzen lässt.)

Abgabe: Dienstag, 10. Juli 2001 vor der Vorlesung
Aufgaben 1 und 2 dürfen auch noch direkt in der Übungsgruppe am 13.7. abgegeben werden.
Bitte geben Sie Ihren Namen und Ihre Gruppennummer auf Ihren Lösungen an.
`http://www.math.uni-hamburg.de/home/ammann/ft`