Universität Regensburg, Mathematik — SS 2011
Prof. Dr. Bernd Ammann — 17.6.2011
Dr. Nicolas Ginoux

Topologie II
7. Übungsblatt

Aufgabe 1
Zeigen Sie für $\sigma \in s_{p+q}(X)$ und $c \in S^p(X)$:

$$\partial(\sigma \cap c) = (-1)^p\Big((\partial\sigma) \cap c - \sigma \cap \delta c\Big).$$

Aufgabe 2

(a) Sei $\mathbb{R}\mathrm{P}^n \xrightarrow{f} \mathbb{R}\mathrm{P}^m$ eine stetige Abbildung. Zeigen Sie mit Hilfe des Cup-Produkts: gilt $n > m$, so verschwindet $H^1(f;\mathbb{Z}/_2) : H^1(\mathbb{R}\mathrm{P}^m;\mathbb{Z}/_2) \longrightarrow H^1(\mathbb{R}\mathrm{P}^n;\mathbb{Z}/_2)$. Leiten Sie daraus her, dass $H^q(f;\mathbb{Z}/_2) = 0$ für alle $1 \leq q \leq m$ gilt.

(b) Formulieren Sie und beweisen Sie eine ähnliche Aussage für eine stetige Abbildung $\mathbb{C}\mathrm{P}^n \longrightarrow \mathbb{C}\mathrm{P}^m$.
(Hinweis: betrachten Sie $H^2(\mathbb{C}\mathrm{P}^n;\mathbb{Z})$.)

Aufgabe 3
Für $d \in \mathbb{N}$ bezeichne $f_d : \mathbb{C}\mathrm{P}^n \longrightarrow \mathbb{C}\mathrm{P}^n$, $[z_0 : \cdots : z_n] \longrightarrow [z_0^d : \cdots : z_n^d]$.

(a) Zeigen Sie, dass f_d wohldefiniert und stetig ist.

(b) Bestimmen Sie den Ringhomomorphismus $H^*(f_d) : H^*(\mathbb{C}\mathrm{P}^n;\mathbb{Z}) \longrightarrow H^*(\mathbb{C}\mathrm{P}^n;\mathbb{Z})$.
(Hinweis: fangen Sie mit dem Fall $n = 1$ an.)

Aufgabe 4
Für ein topologisches Paar (X, A) und $p, q \in \mathbb{Z}$ sei $a \in H_{p+q}(X, A)$ beliebig. Zeigen Sie, dass $(a\cap\cdot)\circ H^p(j) = H_q(j)\circ(a\cap\cdot)$ gilt, wobei $j : (X, \varnothing) \longrightarrow (X, A)$ die Inklusion bezeichnet.

Abgabe der Lösungen: ***Mittwoch 22.6.2011 bis 12.30 Uhr bei Frau Bonn***.