Eine Formalisierung mnestisch stabilisierter Bezugssysteme auf der Grundlage von Toleranzmengen

Alf Zimmer

1. DIE KOMMUNIKATIVE FUNKTION MNESTISCH STABILISIERTER BEZUGSSYSTEME

Die verbale Verständigung im Alltag geschieht großenteils mit Hilfe von Aussagen der Form "p ist x", wobei das Prädikat "x" fast ausschließlich absolut verwendet wird, also ohne Bezug auf einen Kontext oder Vergleichsobjekte. Aussagen dieser Form sind z.B. "p ist groß", "p ist schwer" oder auch "p ist schön"; sollte ein Zuhörer diesen Aussagen z.B. physikalische Maße aus dem c-g-m-System zuordnen, wäre er sicher überfordert, denn die Alltagssprache gibt keine Transformationsregel für die Überführung der Aussage "p ist groß" in eine Aussage "p ist k Meter groß" an.

Wie WITTE (1956, 1960a und b) und andere nach ihm vielfach gezeigt haben, ändert sich diese Situation jedoch drastisch, wenn für "p" Objekte eingesetzt werden, die dem Zuhörer vertraut sind oder mit anderen Worten: die für den Zuhörer ein mnestisch stabilisiertes Bezugssystem bilden; so lassen sich einem großen Bleistift oder einem schweren Normalbrief mit hoher inter- und intraindividueller Konstanz physikalische Größen zuordnen, wenn man ein Identifikationsexperiment durchführt. Ähnliches gilt, wenn auch in schwächerem Maße, für Aussagen wie "das Bild ist schön"; wenn der Zuhörer die ästhetischen Vorlieben des Redenden kennt, vermag er mit großer Sicherheit dieser Aussage Angaben über Thematik, Bildaufbau und Farbenwahl zuzuordnen.

Mannigfaltigkeiten wie Bleistifte, Normalbriefe u.a. bilden Gegenstandsbereiche, in denen die verwendeten Absoluturteile eine engumschriebene Bedeutung haben. Diese Gegenstandsbereiche sind funktional nach Ähnlichkeit zusammengefaßt und bilden somit für die Prädikate Bezugssysteme, die mit ihrer Funktion eng zusammenhängen.

Diese Auffassung von Bezugssystemen impliziert ein Zwei-Stufen-Modell für absolute Urteile. Zunächst muß die Zugehörigkeit eines zu beurteilenden Objekts zu einem Gegenstandsbereich festgestellt werden. Auf der zweiten Stufe bildet dann diese Mannigfaltigkeit das Bezugssystem für das fragliche Prädikat, das erst dadurch Kommunikation über absolute Urteile ermöglicht.

Im alltäglichen Sprachgebrauch werden solche Urteile z.B. in der folgenden Form geäußert: "Er ist ziemlich groß für sein Alter". Durch die Angabe "für sein Alter" wird das Bezugssystem (hier vielleicht: 13jähriger Junge) angegeben, in dem das Absoluturteil "ziemlich groß" eine engumschriebene Bedeutung besitzt.

Das Prädikat "ziemlich groß" verweist auf einen besonderen Typ von absoluten Urteilen, wie er seit WEVER & ZENER (1928) wiederholt untersucht worden ist: Absoluturteile als Steigerungsreihen in einer Dimension (hier: Körpergröße). Die vollständige Steigerungsreihe, aus der das Urteil "ziemlich groß" stammt, könnte die folgenden Begriffe umfassen: sehr groß, groß, ziemlich groß, weder groß noch klein (mittel), ziemlich klein, klein, sehr klein. Wie in der Bezugssystemforschung seit WITTE (1956) immer wieder gezeigt wurde, können Erwachsene in vielen ihnen vertrauten Bezugssystemen mit Steigerungsreihen von bis zu 7 Stufen konsistent umgehen.

Am Problem der Absoluturteile wird die vielfach kritisierte Auseinanderentwicklung von alltäglichem

Verhalten und dem von der Psychologie untersuchten Verhalten besonders deutlich: während in alltäglicher Sprache Absoluturteile weitaus alle anderen Formen von Urteilen überwiegen (in den von ULSHÖFER-HEINLOTH 1964 untersuchten Stichproben aus der Literatur fanden sich ca. 80 % Absoluturteile), basieren psychologische Skalierungsexperimente fast ausschließlich auf Relativ-Urteilen. Ursache dafür mögen einmal die Überlegenheit der Diskriminationsleistung gegenüber der Identifikationsleistung und zum andern die Bereichsabhängigkeit der Absoluturteile sein.

Die Verwendung von Absoluturteilen in der Psychologie beschränkt sich z.Z. großenteils auf die Adaptations-Niveau-Forschung, wo von der Veränderung des Antwortverhaltens in der Form von Absoluturteilen auf Veränderungen des Bezugssystems durch Adaptationseffekte o.ä. geschlossen wird. Weder eine psycholinguistische noch eine meßtheoretische Analyse des Urteilsprozesses wird im Rahmen der Adaptationsforschung vorgenommen, obwohl durchaus solche Theorieansätze vorliegen. Von CLIFF (1959) wurde ein psycholinguistischer Teilaspekt - nämlich die Wirkung von Adverbien (wie "sehr" und "ziemlich") auf Prädikate - untersucht mit dem Ergebnis, daß solche Adverbien konstanten positiven Faktoren entsprechen; so könnte z.B. "sehr groß" in der deutschen Sprache dem Wert von "groß" multipliziert mit 1,4 entsprechen.

In den schon angesprochenen Arbeiten von WITTE wurden die Bedingungen für eine metrische Struktur von Absoluturteilen genauer untersucht; dabei stellt sich heraus, daß bei Absoluturteilen über vertraute Gegenstände das Bi-Symmetrie-Axiom (PFANZAGL 1959) erfüllt ist, also eine metrische Struktur vorliegt. Die Anzahl der differenzierbaren Urteilskategorien erwies sich dabei als abhängig vom Entwicklungsstand des Beurteilers und von seiner Vertrautheit mit dem Gegenstandsbereich. Die aufgrund der von WITTE aufgestellten Theorie der mnestisch stabilisierten Bezugssysteme zu erwartenden Häufigkeitsverteilungen in den Urteilskategorien in Abhängigkeit von einer physikalischen Variable finden sich in Abbildung 1a für den Fall mit klarer Abgrenzbarkeit des in Frage stehenden Gegenstandsbereiches und in Abbildung 1b für den Fall mit variablen Bereichsgrenzen (die Häufigkeitsverteilungen für die Urteile "zu groß" und "zu klein" sind gestrichelt angegeben.

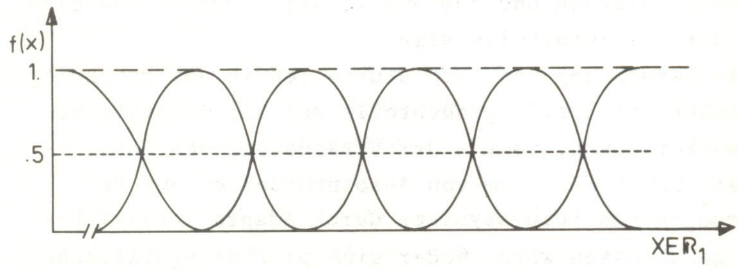

Abbildung 1a: Häufigkeitsverteilungen in den Kategorien bei klar abgrenzbarem Gegenstandsbereich.

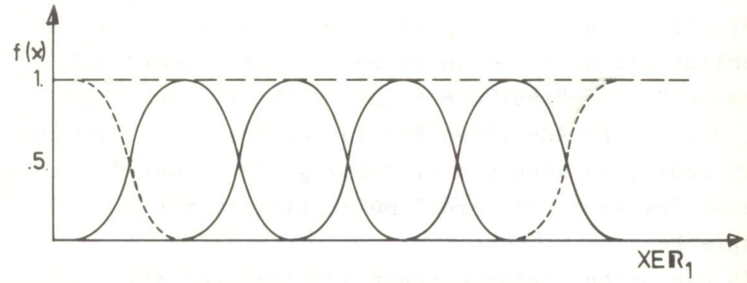

Abbildung 1b: Häufigkeitsverteilungen in den Kategorien bei einem Gegenstandsbereich mit variablen Grenzen.

Die Normalverteilungsannahmen von WITTE (1960), die diesen Abbildungen zugrundeliegen, wurden von FORNER (1974) sowohl für die Kategorien wie auch für die Bereichsgrenzen überprüft.

Einen alternativen Ansatz zur Analyse von Absoluturteilen bietet RESTLEs (1959) mengentheoretisch fundiertes Modell; die dem Modell zugrundeliegenden Annahmen lassen sich am einfachsten an VENN-Diagrammen verdeutlichen (Abbildung 2a und b).

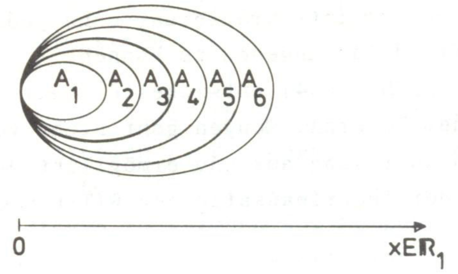

Abbildung 2a: Geschachtelte Mengen (Urteilskategorien A_1 bis A_6) bei einem unipolaren Kontinuum.

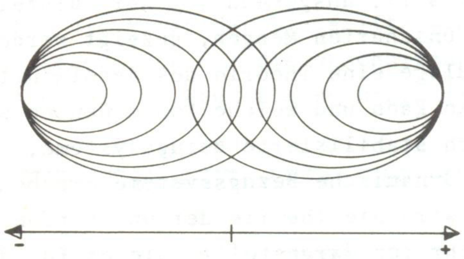

Abbildung 2b: Geschachtelte Mengen bei einem bipolaren Kontinuum.

Diesem Modell liegt jedoch die eindeutige Zuordnungsmöglichkeit von Gegenständen zu Urteilskategorien zugrunde, die sich empirisch lediglich für den Fall von zwei Urteilskategorien belegen läßt (siehe FORNER 1974). Diese eindeutige Zuordnungsmöglichkeit wird durch die Überlappung der Gegenstandsmengen, die einer Urteilskategorie zugeordnet werden, verdeckt; sie wird jedoch unmittelbar deutlich, wenn man durch zulässige Mengenoperationen disjunkte Mengen bildet:

$$A'_1 = A_1 \qquad A'_4 = A_4 \cap \bar{A}_3$$
$$A'_2 = A_2 \cap \bar{A}_1 \qquad A'_5 = A_5 \cap \bar{A}_4$$
$$A'_3 = A_3 \cap \bar{A}_2 \qquad A'_6 = A_6 \cap \bar{A}_5$$

Bei A_1 bis A_6 handelt es sich um die Mengen in Abbildung 2a; bei A_1' bis A_6' handelt es sich um die disjunkten Mengen.

Abweichungen von diesen eindeutigen Zuordnungen muß RESTLE als Fehler interpretieren, ohne jedoch eine Fehlertheorie dafür angeben zu können.

Die von ZADEH (1964) entwickelte Theorie von unscharfen oder Toleranz-Mengen geht nicht von dieser eindeutigen Zuordnung aus und ermöglicht damit eine Verbindung der Theorieansätze von WITTE und RESTLE.

2. ANWENDUNG DER THEORIE UNSCHARFER MENGEN (TOLERANZ-MENGEN) AUF ABSOLUTURTEILE IN BEZUGSSYSTEMEN

Im Folgenden soll, ausgehend von der Darstellung der Theorie der unscharfen Mengen, gezeigt werden, wie auf dieser Grundlage eine Theorie des Absoluturteils aufgebaut werden kann und welche Konsequenzen sich daraus für mnestisch stabilisierte Bezugssysteme, Partialsysteme und dynamische Bezugssysteme ergeben. Bei der Darstellung wird die Theorie der unscharfen Mengen nur so ausführlich dargestellt, wie es für die Theorie der Absoluturteile notwendig ist (für einen weiteren Überblick siehe ZADEH 1964 und ZADEH et al. 1975).

Die indizierten Großbuchstaben $X_1 \ldots X_i \ldots X_n$ bezeichnen Gegenstandsbereiche (ZADEH (1975) verwendet den Begriff 'specific universe of discourse'), z.B. die Menge aller Bleistifte, aller Armbanduhren oder aller Gewinnmöglichkeiten in der Lotterie. Während bei diesen Gegenstandsbereichen die Zugehörigkeitsfunktion eines Gegenstandes x zum Gegenstandsbereich X Gleichung 1 entspricht - also eindeutig ist

$$(1) \qquad f_X(x) = \begin{cases} 1, \text{ wenn } x \in X \\ 0, \text{ wenn } x \notin X \end{cases} ,$$

ist diese Zugehörigkeitsfunktion bei der Menge A_j ("kleine Bleistifte") nicht mehr eindeutig; solche Mengen werden unscharf genannt und durch die indizierten Großbuchstaben $A_1 \ldots A_j \ldots A_k$ gekennzeichnet; die Zugehörigkeitsfunktion nimmt in diesem Fall Werte im Intervall $[0,1]$ an.

Wenn sich die Gegenstände (hier: Bleistifte) hinsichtlich einer Variablen (z.B. Länge) in $\mathbb{R}^1$ darstellen lassen, entsprechen die Zugehörigkeitsfunktionen den charakteristischen Funktionen der Mengen; anhand der grafischen Darstellung der charakteristischen Funktionen lassen sich die Unterschiede zwischen unscharfen oder Toleranzmengen und Mengen im CANTORschen Sinne besonders gut veranschaulichen (Abbildung 3). In dieser Abbildung entspricht $f_X(x)$ der Zugehörigkeitsfunktion für die Menge der Bleistifte, und $f_{A_1}(x)$ sowie $f_{A_2}(x)$ beziehen sich auf die unscharfen Untermengen von X: sehr kleine bzw. kleine Bleistifte.

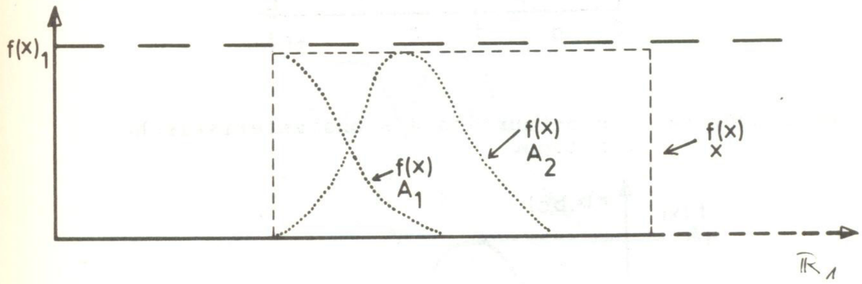

Abbildung 3: Charakteristische Funktionen für Mengen und unscharfe Untermengen.

ZADEH (1975) schlägt für diese charakteristischen Funktionen die folgenden Standardfunktionen vor, deren freie Parameter empirisch bestimmt werden können:

(2) $$S(x;a,t,c) = \begin{cases} 0 \text{ für } x \quad a \\ 2\left(\frac{x-a}{c-a}\right)^2 \text{ für } a \le x \le t \\ 1-2\left(\frac{x-c}{c-a}\right)^2 \text{ für } t \le x \le c \\ 1 \text{ für } c \quad x \end{cases}$$

$$\pi(x;b,c) = \begin{cases} S(x;c-b,c-b/2,c) & \text{für } x \leq c \\ S(x;c,c+b/2,c+b) & \text{für } c \leq x \end{cases} \tag{3}$$

Als Alternative für die S-Funktion bietet sich die logistische Funktion an:

$$f_A(x) = \frac{e^x}{1 + e^x} \tag{4}$$

Die Standardfunktionen sowie ihre freien Parameter werden in den Abbildungen 4a und b wiedergegeben.

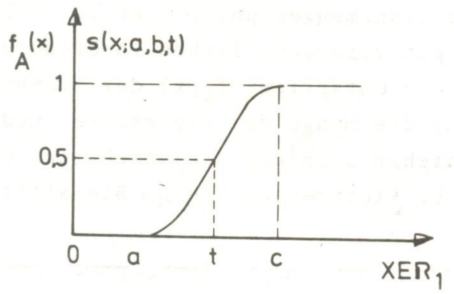

Abbildung 4a: Die S-Funktion als charakteristische Funktion.

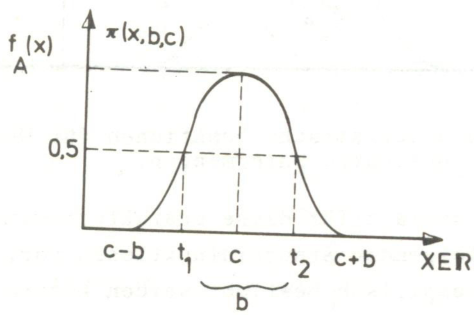

Abbildung 4b: Die π-Funktion als charakteristische Funktion.

Funktionen der gleichen Form liefert auch die Familie der logistischen Funktionen (s.u.).

Aus diesen Überlegungen zur Zugehörigkeitsfunktion ergibt sich die Definition der Identität zweier unscharfer Mengen: Zwei unscharfe Mengen A_j und $A_{j'}$ sind dann und nur dann gleich, wenn für alle x gilt:

$$f_{A_j}(x) = f_{A_{j'}}(x).$$

Operationen mit unscharfen Mengen:
Wenn A_j und $A_{j'}$ unscharfe Untermengen von X sind (z.B. könnte A_j der Menge der kleinen Bleistifte entsprechen und $A_{j'}$ der Menge der großen), dann sind auch ihre Vereinigung und ihr Durchschnitt unscharfe Untermengen von X oder gleich der leeren Menge.

(5) $$A_j \cup A_{j'} = \underset{x}{MAX}\ (f_{A_j}(x),\ f_{A_{j'}}(x))$$

(6) $$A_j \cap A_{j'} = \underset{x}{MIN}\ (f_{A_j}(x),\ f_{A_{j'}}(x))$$

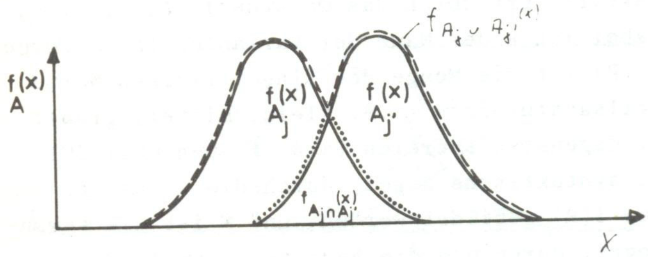

Abbildung 5: Durchschnitt (...) und Vereinigung (---) von A_j und $A_{j'}$.

Das Komplement von A_j ist $\overline{A}_j$ (die Menge der nicht-kleinen Bleistifte) und hat die Zugehörigkeitsfunktion:

(7) $$f_{\overline{A}_j}(x) = 1 - f_{A_j}(x).$$

Diese Operationen entsprechen dem sprachlichen "oder", "und" sowie "nicht", für sie gelten die Distributivgesetze und das DE MORGANsche Gesetz.

Für die Anwendung der Theorie der unscharfen Mengen auf Partialsysteme (zu Partialsystemen siehe BUDDE 1975) ist die konvexe Kombination unscharfer Mengen von Bedeutung; wenn A_j und $A_{j'}$ unscharfe Mengen sind und $\lambda \in [0,1]$, dann ist

(8) $$\lambda \cdot f_{A_j}(x) + (1-\lambda)\, f_{A_{j'}}(x)$$

die konvexe Kombination $(A_j, A_{j'}, \lambda)$.

Durch die Anwendung von (5) und (6) ergibt sich

(9) $$(A_j \cap A_{j'}) \subset (A_j, A_{j'}, \lambda) \subset (A_j \cup A_{j'}) .$$

Auf der Grundlage dieser Definitionen läßt sich ZADEHs (1975) Theorie der Absoluturteile darstellen. ZADEH bezeichnet Steigerungsreihen von Absoluturteilen als linguistische Variablen.

D e f i n i t i o n : Eine linguistische Variable ist charakterisiert durch das Quintupel (R, T(R), X, G, M); dabei ist R der Name der Variablen (z.B. Körpergröße); T(R) ist die Menge der linguistischen Werte oder Urteilsabstufungen (z.B. klein, mittel, groß); X ist der Gegenstandsbereich (z.B. Frauen über 20); G ist die syntaktische Regel, durch die zulässige Ausdrücke für T(R) gebildet werden; und M ist die semantische Regel, durch die die Bedeutung von Ausdrücken in T(R) bestimmt wird.

Von besonderer Bedeutung sind in T(R) die primären Begriffe (klein, groß); zulässige Ausdrücke in T(R) werden durch die Verbindung der primären Begriffe mit Modifikatoren (sehr, ziemlich u.a.), Junktoren (und, oder) und der Negation gebildet, wobei auch mehrfache Verbindungen nach G zulässig sein können: z.B. "nicht klein und nicht groß" entspricht "weder klein noch groß" und wird am einfachsten durch "mittel" wiedergegeben.

Die semantische Regel M weist den zulässigen Ausdrücken in T(R) dadurch Bedeutungen zu, daß sie entsprechend den oben angegebenen Definitionen die Zugehörigkeitsfunktionen für zusammengesetzte Ausdrücke in T(R) bestimmt. Für die Modifikatoren "ziemlich" und "sehr" nimmt ZADEH an, daß sie wie Exponenten auf die Zugehörigkeitsfunktionen der primären Ausdrücke wirken:

(9) $$f_{(\text{sehr groß})}(x) = f^{r}_{(\text{groß})}(x) \quad \text{bzw.}$$

$$f_{(\text{ziemlich groß})}(x) = f^{r/2}_{(\text{groß})}(x)$$

ZADEH (1975) wählt r = 2.

Verschiedene Zugehörigkeitsfunktionen von Ausdrücken in T(Körpergröße) nach der Theorie von ZADEH zeigt Abbildung 6.

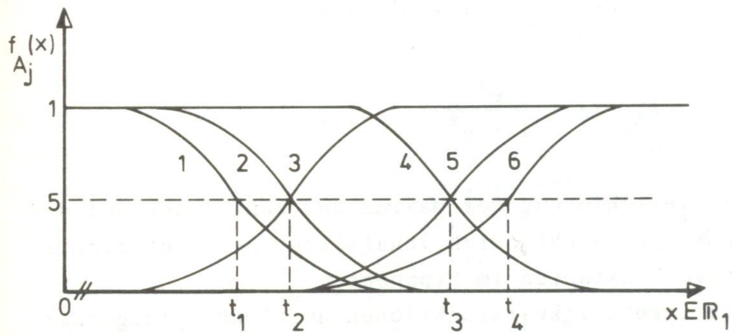

Abbildung 6: Zugehörigkeitsfunktionen für Ausdrücke in T (Körpergröße).
A_1: sehr klein; A_2: klein; A_3: nicht klein; A_4: nicht groß; A_5: groß; A_6 sehr groß; $A_3 \cap A_4$: nicht groß und nicht klein.

Vergleicht man diese Zugehörigkeitsfunktionen mit den Verteilungen der Urteilshäufigkeiten in Abbildung 1a und 1b, dann fällt vor allem der Unterschied bei den durch die Modifikatoren gebildeten Ausdrücken auf. Damit läßt sich die Auftretenshäufigkeit von Urteilen nur dann als Zugehörigkeitsfunktion im Sinne der Theorie der unscharfen Mengen interpretieren, wenn sich eine andere semantische Regel bilden läßt, die den empirischen Ergebnissen entspricht.

Wenn man von den empirischen Verteilungen ausgeht, bietet sich die Familie der logistischen Funktionen für die Zugehörigkeitsfunktionen an, die den Urteilshäufigkeitsverteilungen entsprechen, die nach der Theorie der mnestisch stabilisierten Bezugssysteme zu erwarten sind (siehe Abbildung 1a). Die entsprechenden Funktionen für die linke, die mittleren und die rechte Funktion sind (10) bis (12).

$$(10) \qquad f_{A_1}(x) = \frac{1}{1 + e^x}$$

$$(11) \qquad f_{A_{2-5}}(x) = 4 \, \frac{e^x}{1 + e^x} \; \frac{1}{1 + e^x}$$

$$(12) \qquad f_{A_6}(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

Die Verschiebung der Maxima der Funktionen auf der Achse $\mathbb{R}^1$ geschieht durch inhaltlich interpretierbare additive Konstanten im Exponenten.

Die Zugehörigkeitsfunktionen aufeinanderfolgender Urteilskategorien haben ihren Schnittpunkt t bei 0.5.

Aus dieser semantischen Regel folgt, daß die Kreuzungspunkte jeweils gleichabständig auf einer durch T(R) bestimmten subjektiven Skala sind.

3. INFORMATIONSTHEORETISCHE ANALYSE DER LAGE VON KATEGORIENGRENZEN

Wenn davon ausgegangen wird, daß die innerhalb mnestisch stabilisierter Bezugssysteme vorgenommenen Kategorisierungen der in irgendeiner Weise optimierten Kommunikation dienen, dann ist es sinnvoll, die Möglichkeiten der Optimierung und ihre Konsequenzen für Bezugssysteme zu untersuchen.

Ein sinnvolles Optimalitätskriterium für ein Kategoriensystem ist die Maximierung des Informationsgehaltes H.

$$(13) \qquad H = - \sum_{j}^{k} p_j \ln p_j$$

Dabei entspricht p_j der Wahrscheinlichkeit, daß ein x in die Kategorie A_j klassifiziert wird.

Der Informationsgehalt eines Kategoriensystems ist im informationstheoretischen Sinne dann maximal, wenn alle p_j gleich sind.

Wenn man annimmt, daß die Kommunikation in diesem Sinne optimiert wird, dann folgt für die Lage von Kategoriengrenzen, daß diese jeweils gleich viele mögliche Fälle einschließen müssen. Wenn in der Erfahrung, aufgrund derer die mnestisch stabilisierten Bezugssysteme entstehen, die möglichen Fälle gleichmäßig über den Definitionsbereich des Bezugssystems verteilt sind, hat das Kriterium der Informationsmaximierung zur Folge, daß die Kategoriengrenzen gleichabständig sind, unabhängig von der Anzahl der Kategorien, soweit diese nicht die Informationsverarbeitungskapazität des menschlichen Organismus übersteigen. Dies könnte erklären, warum z.B. das Bezugssystem 'Bleistifte' Gleichabständigkeit hinsichtlich physikalischer Länge aufweist, da hier von der Klassifikation möglicher Fälle unterschiedlich abgenutzter Bleistifte und nicht von der Bestimmung ebenmerklicher Unterschiede ausgegangen wird, die in der FECHNERschen Interpretation zu einer logarithmischen Skala führt, wie sie z.B. bei musikalischen Klängen (BUDDE 1975) vorliegt. Im Falle des Bezugssystems 'Tonhöhe' liegt der Erfahrungsbildung das logarithmische Oktavensystem zugrunde, so daß Informationsmaximierung nur durch logarithmische Einteilung der Kategorien möglich ist. Es ist zu vermuten, daß bei Geräuschen aus nicht-musikalischen Bereichen (z.B. Straßenlärm) diese Einteilung der Kategoriengrenzen nicht notwendig logarithmisch ist, da hier die Erfahrungsbildung anders aufgebaut ist.

Für die Annahme informationstheoretisch optimaler Kategorieneinteilungen sprechen die Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Speicherbelastung und Clustergröße im menschlichen Langzeitgedächtnis (ZIMMER 1975). Die Überprüfung dieser Annahme ist dadurch möglich, daß aufgrund der Kenntnis der a-priori-Verteilung der zu einem Bezugssystem gehörenden Objekte die Lagen der Kategoriengrenzen vorausgesagt werden können.

Mit Hilfe dieser Überlegungen und der Definition von Urteilskategorien als unscharfe Mengen gelangt man zu einer alternativen Fassung der Theorieansätze zur Dynamik von Bezugsystemen. Speziell die Ergebnisse von PARDUCCI (1956) lassen sich durch diesen Ansatz gut erklären. PARDUCCI geht in den meisten seiner Versuche davon aus, daß für den fraglichen Gegenstandsbereich kein stabilisiertes Bezugssystem im Sinne WITTEs vorliegt, im ersten Teil der Versuche wird durch eine Manipulation der Vorgabe eine bestimmte a-priori-Verteilung aufgebaut. Die Form einer solchen möglichen a-priori-Verteilung und die daraus resultierenden Zugehörigkeitsfunktionen zeigt Abbildung 7.

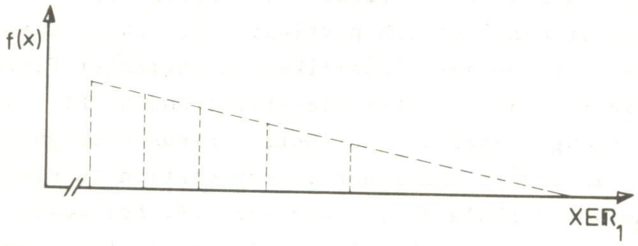

Abbildung 7a: Mögliche a-priori-Verteilung von Beurteilungsgegenständen.

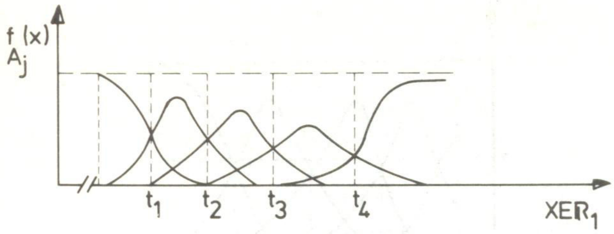

Abbildung 7b: Aus der a-priori-Verteilung resultierende Zugehörigkeitsfunktionen und Kategoriengrenzen.

In diesem Ansatz ist es möglich, nicht nur Mittelwertsverschiebungen, sondern auch Veränderungen der Kategoriengrenzen und der Formen der Zugehörigkeitsfunktionen vorauszusagen.

Ein weiteres Anwendungsgebiet für diesen theoretischen Ansatz ist die Untersuchung von Partialsystemen. BUDDE (1975) hat für eine Anzahl von Musikinstrumenten Beurteilungssysteme hinsichtlich Tonhöhe mit verschiedenen Kategorienabstufungen untersucht. In fast allen Fällen erwiesen sich die Verteilungen der Urteilshäufigkeiten als schief und die Kategoriengrenzen nicht als gleich verteilt im Gegensatz zu den Gegebenheiten bei dem Bezugssystem für Klavier. Da das Klavier in etwa den Klangumfang aller Orchesterinstrumente besitzt und alle von BUDDE untersuchten Instrumente im Orchester gespielt werden, erscheint es plausibel, anzunehmen, daß bei den Beurteilungen der einzelnen Instrumente nicht nur diese selbst, sondern auch ihre Lage zum Klangumfang des Orchesters berücksichtigt wurde. Es liegen also keine echten Partialsysteme vor.

Interpretiert man das Ergebnis bei der Beurteilung einzelner Instrumente (s. Abbildung 8 "Beurteilungssystem Piccoloflöte") als konvexe Kombination zweier unscharfer Mengensysteme - nämlich des Bezugssystems "Orchester" und des 'echten' Partialsystems "Piccoloflöte" - dann ist es möglich, sowohl den Gewichtungsparameter wie auch das vom Orchesterbezugssystem unabhängige Partialsystem zu berechnen.

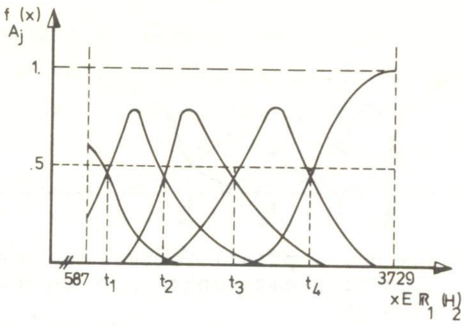

Abbildung 8: Beurteilungssystem "Piccoloflöte" nach den Ergebnissen von BUDDE, die zur Schätzung der logistischen Funktionen benutzt wurden.

Es ist anzunehmen, daß der Gewichtungsparameter individuell und auch von Bereich zu Bereich andere Werte annimmt. So sollte ein Orchestermusiker das Bezugssystem "Orchester" höher gewichten als ein Solist, und ein typisches Soloinstrument sollte stärker gewichtet werden als ein Begleitinstrument. Für das Beispiel in Abbildung 8 liegt der Gewichtungsfaktor für das Partialsystem "Piccoloflöte" bei 0.87.

4. EIN MODELL ZUR ANALYSE DER CHARAKTERISTISCHEN FUNKTIONEN VON URTEILSKATEGORIEN: TRENNUNG VON INDIVIDUAL- UND KATEGORIENPARAMETERN

Nimmt man die von WITTE (1960) aufgestellten und von FORNER (1974) überprüften Verteilungsannahmen für mnestisch stabilisierte Bezugssysteme als gegeben an, dann lassen sich Urteilsmodelle konstruieren, in denen zwischen Individualparametern und Kategorienparametern bei Bezugssystemen unterschieden werden kann.

Modell 1

Für jede Versuchsperson liegen die Kategoriengrenzen eindeutig fest, wir hätten es also mit einer "scharfen" linguistischen Variablen zu tun. Die offensichtliche "Unschärfe" der Kategorien bei zusammengefaßten Daten mehrerer Versuchspersonen ist dann darauf zurückzuführen, daß normalverteilte Individualparameter (Lage der Mittenkategorie und Bereichsumfang der einzelnen Kategorien) aus scharfen Kategoriensystemen solche wie in Abbildung 1a und b machen.

Eine Überprüfung dieses Modells setzt vielfache Wiederholungen der Beurteilungsversuche voraus mit der Zusatzannahme, daß die Versuche von einander unabhängig sind. Aus den Ergebnissen der Signal-Entdeckungs-Theorie erscheint die Annahme solcher "scharfer" Kategoriensysteme bei Individuen als unrealistisch; auch bei FORNERs Untersuchungen der intraindividuellen Varianz wird deutlich, daß diese nur bei Verwendung von drei Kategorien verschwindet; bei höheren Kategorienzahlen liegt offensichtlich ein Teil der "Unschärfe" im individuellen Urteilssystem. Damit ergibt sich die Notwendigkeit, ein anderes Modell zu konzipieren.

Modell 2

Die "Unschärfe" des über die Versuchspersonengesamtheit gebildeten Bezugsystems ergibt sich damit aus drei Komponenten:
der Unschärfe des Kategoriensystems,
der Varianz des Individualparameters 'Mittenkategorie',
der Varianz des Individualparameters 'Bereichsumfang'.

Die Auswirkung dieser Komponenten wird an Abbildung 9 deutlich, wo die durchgezogenen Linien den resultierenden Urteilsverteilungen und die gepunkteten Linien den zugrundeliegenden, vom Einfluß der Individualparametern bereinigten charakteristischen Funktionen der Kategorien entsprechen.

Für die Identifikation dieser Parameter läßt sich die Tatsache heranziehen, daß die charakteristischen Funktionen der Kategorien durch logistische Funktionen gut wiedergegeben werden.

Im Rahmen der stochastischen Testtheorie sind von RASCH (1960), ANDERSEN (1973) und ANDRICH (1978)

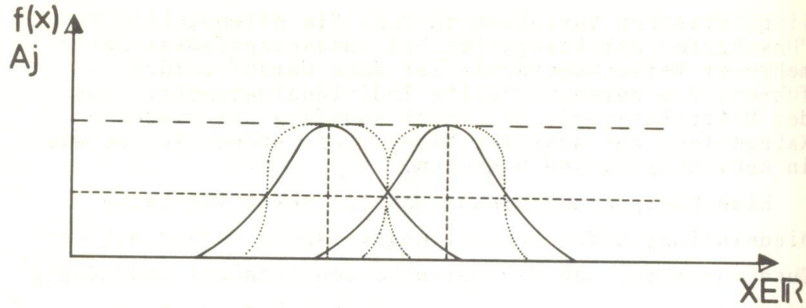

Abbildung 9: Der Einfluß der Individualparameter auf die Urteilsverteilungen.

Modelle entwickelt worden, die auf Tests mit Rating-Antworten anwendbar sind. Das Modell von ANDRICH (1978) läßt sich leicht für die Gegebenheiten in Bezugssystemen modifizieren:

In der einfachsten Form wird davon ausgegangen, daß die beobachteten Urteilshäufigkeiten durch Gleichung 14 beschrieben werden können.

$$(14) \qquad p\{A_j \mid a,b,d(x)\} = \frac{e^{b + j(a-d(x))}}{\sum_{j=0}^{k} e^{b_j + j(a-d(x))}}$$

Dabei ist a der Individualparameter für die Lage der Mittenkategorie, k ist der Kategorienparameter und d(x) ist der Gegenstandsparameter (subjektives Gewicht, Größe o.ä.). Die erschöpfende Statistik für die Versuchsperson ist die Anzahl der Kategorienschwellen t (siehe Abbildung 4b), die sie bei den abgegebenen Beurteilungen überschritten hat; entsprechend läßt sich die erschöpfende Statistik für d(x) bestimmen.

Unter der Annahme gleichabständiger Kategorienschwellen (siehe oben) vereinfacht sich das Modell zu Gleichung 15; dabei ist k die Anzahl der Kategorien.

$$(15) \qquad p\{A_j | a,d(x),k\} = \frac{e^{\frac{j(k-j)}{2} + j(a-d(x))}}{\sum_{j=0}^{k} e^{\frac{j(k-j)}{2} + j(a-d(x))}}$$

Soll zusätzlich zum Individualparameter für die Lage der Mittenkategorie noch ein Parameter für den Bereichsumfang berücksichtigt werden, so kann das durch Einführung eines individuellen Trennschärfeparameters im Exponenten (g) geschehen; damit ergibt sich als vollständiges Modell:

$$(16) \qquad p\{A_j | a,d(x),g,k\} = \frac{e^{g\left[\frac{j(k-j)}{2} + j(a-d(x))\right]}}{\sum_{j=0}^{k} e^{\cdots}}$$

Literatur

Andersen, E.B., Conditional inference for multiple-choice questionaires. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 1973, 26, 31-44.

Andrich, D., A rating formulation for ordered response categories. Psychometrika, 1978, 43, 561-573.

Budde, H.G., Experimentelle Untersuchungen über Partialsysteme des musikalischen Differenzierungsbereichs. Dissertation, Münster, 1975.

Cliff, N., Adverbs as multipliers. Psychological Review, 1959, 66, 27-44.

Forner, C., Prüfung und Prüfbarkeit von Hypothesen über mnestisch stabilisierte Bezugssysteme. Dissertation, Münster, 1974.

Parducci, A., Direction of shift in the judgment of single stimuli. Journal of Experimental Psychology, 1956, 51, 169-178.

Pfanzagl, J., Die Axiomatischen Grundlagen einer allgemeinen Theorie des Messens. Würzbug: Physica-Verlag, 1959.

Rasch, G., Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Kopenhagen: Lydiche, 1960.

Restle, F., A metric and an ordering of sets. Psychometrika, 1959, 24, 207-220.

Ulshöfer-Heinloth, E., Studien zur sprachkommunikativen Orientierung. Dissertation, Tübingen, 1964.

Wever, E.G. & Zener, K.E., The method of absolute judgement in psychophysics. Psychological Review, 1928, 35, 466-493.

Witte, W., Zur Struktur von Bezugssystemen. In A. Wellek (Hg.), Bericht über den 20. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Psychologie. Göttingen: Hogrefe, 1955.

Witte, W., Struktur, Dynamik und Genese von Bezugssystemen. Psychologische Beiträge, 1960, 4, 218-252 (a).

Witte, W., Über Phänomenskalen. Psychologische Beiträge, 1960, 4, 645-672 (b).

Zadeh, L.A., Fuzzy sets. Information and Control, 1965, 8, 338-353.

Zadeh, L.A., Calculus of fuzzy restrictions. In L.A. Zadeh u.a. (Hg.), Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes. New York: Academic Press, 1975, 1-39.

Zadeh, L.A.; Fu, K.S.; Tanaka, K. & Shimura, M. (Hg.), Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes. New York: Academic Press, 1975.

Zimmer, A., Speicherbelastung und Kategoriengröße im menschlichen Langzeitgedächtnis. Vortrag, Oldenburg, 1975.