Master-Kursprüfung

„Kapitalmarkttheorie 2"

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte"

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

WS 2012/13

4.3.2013

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vorname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	B3	$\sum$

Bearbeiten Sie vier der fünf Aufgaben A1-A5 und zwei der drei Aufgaben B1-B3!

- Die Bearbeitungsdauer beträgt **90 Minuten**.
- In den Aufgaben **A1-A5** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar.
- Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!).
- Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **15 Punkte** erreichbar.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmmierbarer Taschenrechner.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 14.

A1: Edgeworth-Box Betrachten Sie eine Zwei-Perioden-Ökonomie mit zwei möglichen Umweltzuständen in $t+1$ sowie ohne Konsum und Ausstattungen in t. Die eine Hälfte der Konsumenten hat Ausstattungen $(y^1_{t+1,1}, y^1_{t+1,2}) = (0{,}8;\, 0{,}2)$, die andere Hälfte $(y^2_{t+1,1}, y^2_{t+1,2}) = (0{,}2;\, 0{,}8)$. Beide haben die gleiche Nutzenfunktion.

(a) Zeichnen Sie den Ausstattungpunkt in eine Edgeworth-Box.

(b) Illustrieren Sie mit Indifferenzkurven, dass der Ausstattungspunkt keine Pareto-optimale Allokation ist.

(c) Welches Marktgleichgewicht ergibt sich, wenn Handel nur auf Spot-Märkten möglich ist? Liegt Pareto-Optimalität vor? Woran erkennt man das?

(d) Illustrieren Sie in der Edgeworth-Box den Gleichgewichtspunkt mit kontingenten Gütermärkten (ECCM), der sich ausgehend von den Anfangsausstattungen aus der Aufgabenstellung ergibt.

(e) Zeichnen Sie auch die Preisgerade ein, und illustrieren Sie, dass das Gleichgewicht Pareto-optimal ist.

(a), (b), (d), (e)

(c)

A2: Sicheres und riskantes Asset Es gebe zwei Umweltzustände, ein riskantes Asset mit Payoffs $x_{t+1,1} = 1$ und $x_{t+1,2} = 0$ und Preis p_t (Asset 1) sowie ein sicheres Asset, das in beiden Umweltzuständen je einen Euro auszahlt und $1/(1 + r_{t+1})$ kostet (Asset 2).

(a) Mit welchem Portfolio transportiert man eine Einheit Kaufkraft in Zustand 2 und keine in Zustand 1?

(b) Wie teuer ist das Portfolio aus Aufgabenteil (a)?

(c) Wenn $q_{t+1,1}$ und $q_{t+1,2}$ die Preise in einem Gleichgewicht mit kontingenten Gütertermärkten sind, wie hoch müssen dann der Preis des riskanten Assets p_t und der sichere Zins r_{t+1} sein, damit man sich mit den beiden Assets bei gegbenem Einkommen den gleichen Konsum leisten kann?

(d) Angenommen, es gibt $S = 3$ Umweltzutände, das riskante Asset zahlt weiterhin nur in Zustand 1 aus (einen Euro), das sichere Asset in jedem der drei Umweltzustände. Welchen Payoff realisiert man in $t + 1$ mit dem Portfolio $(z_1^i,\, z_2^i) = (-1,\, 1)$?

(e) Ist es möglich, nur mit diesen beiden Assets eine Einheit Kaufkraft gezielt in Zustand 2 (und in keinen anderen Zustand) zu transportieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: SDF

(a) Geben Sie (ohne Herleitung) die fundamentalen Asset-pricing-Gleichungen für ein sicheres und ein riskantes Asset an.

(b) Wie lautet der stochastische Diskontfaktor (SDF) bei der Nutzenfunktion $u^i(c^i) = \frac{(c^i)^{1-\gamma^i}}{1-\gamma^i}$?

(c) Wie lautet der SDF bei der Nutzenfunktion $u^i(c^i) = (c^i) - A^i(c^i)^2$ (mit $A^i > 0$)? Wie hoch darf c^i in diesem Fall höchstens sein, damit der Grenznutzen nicht negativ ist?

(d) Wie lautet der SDF bei $u^i(c^i) = A^i \ln(c^i)$ (mit $A^i > 0$)?

(e) Wie lautet allgemein der Zusammenhang zwischen SDF und Grenzrate der Substitution von Individuum i?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Komplettierung des Finanzmarkts mit Optionen Betrachten Sie ein Asset mit Payoffs (1, 5, 10).

(a) Wie lauten die Payoff-Vektoren von Call-Optionen auf dieses Asset mit Ausübungspreisen (strike prices) 1 bzw. 5?

(b) Wie lautet das lineare Gleichungssystem, das das Portfolio (z_1, z_2, z_3) bestimmt, mit dem die AS für Zustand 3 nachgebildet werden kann? Wie lautet dieses Portfolio?

(c) Wie lautet das Portfolio zur Nachbildung der AS für Umweltzustand 2?

(d) Wie lautet das Portfolio zur Nachbildung der AS für Umweltzustand 1?

(e) Wie lautet das Portfolio, das einen Euro in allen Umweltzuständen auszahlt?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Arbitrage

(a) Wie hängen die Asset-Preise p_k in einem ECFM von den AS-Preisen $\tilde{p}_s$ in einem ECAS ab?

(b) Sei $\mathbf{p} = (p_1, \ldots, p_K)$. Interpretieren Sie $\mathbf{pz}$.

(c) Multiplizieren Sie $\mathbf{A}$ und $\mathbf{z}$, und interpretieren Sie das Ergebnis.

(d) Definieren Sie, wann die Preise $\mathbf{p}$ für Assets mit Payoff-Matrix $\mathbf{A}$ arbitragefrei sind.

(e) Beweisen Sie, dass die Preise aus Aufgabenteil (a) arbitragefrei sind.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Erster Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie in der CCM-Ökonomie

Betrachten Sie die Ökonomie mit S (≥ 2) Umweltzuständen und kontingenten Gütermärkten.

(a) Erklären Sie, was ein „kontingenter Gütermarkt“ ist.

(b) Definieren Sie machbare (feasible) Allokationen $(\mathbf{c}^i)_{i=1}^I$. Definieren Sie Pareto-Optimalität.

(c) Wie lautet i's Budgetbeschränkung? Definieren Sie ein Gleichgewicht mit kontingenten Gütermärkten (ECCM).

(d) Formulieren Sie den ersten Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie für die CCM-Ökonomie. Beweisen Sie ihn. Nehmen Sie dazu an, dass es eine Pareto-superiore machbare Allokation gibt; zeigen Sie, dass diese Allokation zu Gleichgewichtspreisen teurer ist; und führen Sie das zu einem Widerspruch.

Aufgabe B2: ECAS

(a) Wie lauten die Budgetrestriktionen für die Tauschökonomie mit einer vollständigen Menge von ASs?

(b) Definieren Sie ein Gleichgewicht für diese Ökonomie (ECAS).

(c) Formulieren Sie das Theorem, das ein ECAS auf ein Gleichgewicht mit kontingenten Gütermärkten (ECCM) für diese Ökonomie zurückführt. (Wie hoch sind die Preise für die ASs? Wie viel kaufen die einzelnen Individuen von den einzelnen ASs?)

(d) Definieren Sie, um das Theorem zu beweisen, die Mengen B^i und $B^{i\prime}$, und erläutern Sie die Beweisidee.

(e) Führen Sie den Beweis, indem Sie zeigen,

dass die Gültigkeit der Budgerestriktionen im ECCM $\mathbf{q}(\mathbf{c}^{i*} - \mathbf{y}^i) = 0$ impliziert, dass $\mathbf{c}^{i*} \in B^{i\prime}$, gilt, und

dass für jedes $\mathbf{c}^i \in B^{i\prime}$ gilt, dass die ECCM-Budgetrestriktion von i erfüllt ist.

(f) Argumentieren Sie, dass die Güter- und Finanzmärkte geräumt sind.

Aufgabe B3: Mehr-Perioden-Modell

(a) Was wird in der Mehr-Perioden-Ökonomie („Multi-period model“) über die Nutzenfunktionen und die Ausstattungen der einzelnen Indivduen angenommen? Wie lauten die fundamentalen Asset-pricing-Gleichungen für diese Ökonomie? Wie lautet der stochastische Diskontfaktor (SDF)? Warum ist er für alle Individuen gleich?

(b) Nehmen Sie an, dass die Indivduen risikoneutral sind. Durch welche Annahme an die Nutzenfunktion u wird das sichergestellt? Wie lauten dann SDF und fundamentale Asset-pricing-Gleichungen?

(c) Welche weiteren Annahmen sichern die Random-walk-Eigenschaft $p_{k,t} = E_t(p_{k,t+1})$?

(d) Formulieren Sie (ohne Beweis) das Gesetz iterierter Erwartungen.

(e) Zeigen Sie mit Hilfe des Gesetzes iterierter Erwartungen, dass der Preis $p_{k,t}$ von Asset k seinem Fundamentalwert entspricht.