Master-Kursprüfung „Ost-West-Handelsmodelle“
WS 2016/17

Pflichtmodul „Internationale VWL“ (M.Sc. IVWL)

Schwerpunktmodul „Außenwirtschaft“ (M.Sc. VWL)

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

15.2.2017

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:	*Wird vom Prüfer ausgefüllt:*					
Name:	1	2	3	4	5	$\sum$
Vorname:						
Matr.-nr.:						

Bearbeiten Sie <u>vier der fünf</u> Aufgaben!

Je Aufgabe sind maximal **25 Punkte** erreichbar.

Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte auf dem Klausurbogen ein.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 11.
Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner.

Aufgabe 1: Kostenminimierung und Gewinnmaximierung

(a) Betrachten Sie eine Produktionsfunktion $y_j = f_j(\mathbf{x}_j)$ mit $\mathbf{x}_j$ als Inputvektor. Definieren Sie konstante Skalenerträge bzw. Linearhomogenität.

.

(b) Stellen Sie das Kostenminimerungsproblem für eine Einheit Output auf.

(c) Von welchen Variablen des Modells hängen die Inputkoeffizienten ab, die das Minimierungsproblem aus Aufgabenteil (b) lösen? Definieren Sie mit Hilfe dieser Inputkoeffizienten die Kosten $c_j(\mathbf{w})$ für die Herstellung einer Einheit Output.

(d) Nehmen Sie an, dass es einen Inputvektor $\mathbf{x}_j$ gibt, mit dem $y_j \neq 1$ zu Stückkosten $\mathbf{w}\mathbf{x}_j/y_j < c_j(\mathbf{w})$ produziert wird, d.h.

$$\mathbf{w}\left(\frac{\mathbf{x}_j}{y_j}\right) < c_j(\mathbf{w}).$$

Welcher Output wird gemäß konstanten Skalenerträgen mit den Inputs $\mathbf{x}_j/y$ produziert? Argumentieren Sie, dass die Gleichung der Tatsache widerspricht, dass $\mathbf{a}_j(\mathbf{w})$ die kostenminimierenden Inputkoeffizienten sind.

(e) Argumentieren Sie, dass in einem Gleichgewicht mit Gewinnmaximierung und positivem Output „Preis gleich Stückkosten“ gelten muss.

(f) Sei $f_j(x_{1j}, x_{2j}) = x_{1j}^{\frac{1}{2}} x_{2j}^{\frac{1}{2}}$. Berechnen Sie die kostenminimierenden Inputkoeffizienten für die Herstellung einer Einheit Output und die resultierenden Stückkosten.

Aufgabe 2: Traditionelle Außenhandelstheorie (TTT)

(a) Wie lauten (ohne Herleitung) die drei Mengen von Bedingungen, die in der TTT ein integriertes Gleichgewicht beschreiben?

(b) Welche Homogenitätseigenschaften haben die Funktionen c_j, d_j und a_{ij}? Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem in Aufgabenteil (a) homogen vom Grade null in $(\mathbf{p}, \mathbf{w})$ ist. Was bedeutet das für das Modellgleichgewicht?

(c) Wie lauten die Bedingungen dafür, dass Reproduktion des integrierten Gleichgewichts möglich ist?

(d) Illustrieren Sie die Reproduktion des integrierten Gleichgewichts für eine Weltwirtschaft mit zwei Ländern, zwei Faktoren und zwei Gütern anhand der bekannten Vektor-Box (beschriften Sie darin die Achsen und die eingezeichneten Vektoren). Gehen Sie dabei davon aus, dass das relative Faktorangebot $\frac{x_1^k}{x_2^k}$ in Land 1 höher ist als in Land 2 und die Faktorintensität $\frac{X_{1j}}{X_{2j}}$ für Gut 1 höher ist als für Gut 2.

(e) Welche Aussage macht allgemein das Heckscher-Ohlin-Theorem bezüglich des Handelsmusters? Begründen Sie, welches Land unter der Annahme aus Aufgabenteil (d) welches Gut importiert.

Aufgabe 3: IITT mit Fixkosten

(a) Wie lauten (ohne Herleitung) die aus der Maximierung der Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion resultierenden Nachfragefunktionen (in Abhängigkeit von Eigenpreis, Preisindex und Einkommen)?

(b) Berechnen Sie aus Ihrer Antwort zu Aufgabenteil (a) die Preiselastizität der Nachfrage $-\frac{dY(j)}{dP(j)}\frac{P(j)}{Y(j)}$.

(c) Wie lautet die Gewinnfunktion der Unternehmen? Wie lautet die notwendige Bedingung für Gewinnmaximierung? Ermitteln Sie aus der notwendigen Bedingung und Ihrer Antwort zu Aufgabenteil (b) den Monopolpreis P in Abhängigkeit vom Lohnsatz w.

(d) Ermitteln Sie aus der Bedingung für freien Zutritt den einheitlichen Output Y jeder im Gleichgewicht produzierten Varietät.

(e) Betrachten Sie zunächst das integrierte Gleichgewicht. Leiten Sie her, wie viele Varietäten im integrierten Gleichgewicht produziert werden. Erläutern Sie (ohne Herleitung), wie sich ein Anstieg der Preiselastizität der Nachfrage auf die Anzahl der Varietäten im integrierten Gleichgewicht auswirkt.

(f) Betrachten Sie nun ein Freihandelsgleichgewicht. Geben Sie (ohne Herleitung) die Anzahl der Varietäten an, die jedes Land im Freihandelsgleichgewicht produziert. Zeigen Sie, dass Reproduktion des integrierten Gleichgewichts durch Freihandel immer möglich ist.

Aufgabe 4: WETT: Dynamisches Modell

(a) Wie lauten die beiden Gleichungen, die in der dynamischen Version der WETT den Innovationsprozess und den Imitationsprozess beschreiben?

(b) Wie lautet die Bedingung dafür, dass bei Freihandel A^{West}/A^{East} im langfristigen (Steady-state-) Gleichgewicht zu einem Relativlohn $w^{West}/w^{East} > 1$ führt? Welche Bedingung stellt weiter sicher, dass im kurzfristigen Freihandelsgleichgewicht (d.h. in $t = 0$) ebenfalls der Relativlohn $w^{West}/w^{East} > 1$ ist? (Nehmen Sie im Folgenden zunächst an, dass diese Bedingungen erfüllt sind.)

(c) Zeigen Sie, dass

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{A - \bar{A}^{East}}{\bar{A}^{East}}\right) = \frac{A}{\bar{A}^{East}}\left(g - h\frac{A^{West}}{\bar{A}^{East}}\right)$$

ist.

(d) Zeigen Sie, dass im Steady-state $A^{West}/A^{East} = g/h$ gilt. Begründen Sie dies mithilfe des Aufgabenteils (c).

(e) Zeigen sie die Entwicklung von $(A - \bar{A}^{East})/\bar{A}^{East}$ im Zeitablauf auf, wenn der Startwert $(A_0 - \bar{A}_0^{East})/\bar{A}_0^{East}$ zunächst kleiner als der Steady-state-Wert aus Aufgabenteil (d) ist. Wie entwickelt sich der Relativlohn w^{West}/w^{East} im Zeitablauf?

(f) Zeigen sie nun die Entwicklung von $(A - \bar{A}^{East})/\bar{A}^{East}$ im Zeitablauf auf, wenn $(A_0 - \bar{A}_0^{East})/\bar{A}_0^{East}$ zu Beginn größer als der Steady-state-Wert aus Aufgabenteil (d) ist. Wie entwickelt sich der Relativlohn w^{West}/w^{East} im Zeitablauf?

(g) Stellen Sie (ohne Herleitung) die Entwicklung des Freihandelsgleichgewichts grafisch dar, wenn anfangs $(A_0 - \bar{A}_0^{East})/\bar{A}_0^{East} < L^{West}/L^{East}$ gilt.

Aufgabe 5: Variationsrechnung

Betrachten Sie das Variationsproblem

$$\max_{[c(t)]_{t=0}^{T}} : \int_0^T g(t)u(c(t))dt, \quad \text{s.t.:} \int_0^T p(t)c(t)dt = I.$$

(a) Formulieren Sie die notwendige Bedingung, die die Lösung $[c^*(t)]_0^T$ erfüllt.

(b) Sei

$$z(t) \equiv \frac{g(t)u'(c^*(t))}{p(t)} > 0, \quad \int_{t'}^{t''} [z(t) - \mu]dt = 0$$

und $c(t) = c^*(t) + \alpha\eta(t)$ mit

$$\eta(t) \equiv \begin{cases} \frac{z(t)-\mu}{p(t)}; & t \in (t', t''); \\ 0; & t \in [0, t'] \cup [t'', T]. \end{cases} .$$

Zeigen Sie, dass $c(t)$ die Nebenbedingung erfüllt.

(c) Wie lautet der Zusatznutzen $\Delta(\alpha)$ den man mit $c(t)$ statt mit $c^*(t)$ erhält? Berechnen Sie $\Delta'(0)$.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe der obigen Definitionen von $z(t)$ und $\eta(t)$, dass $\Delta'(0) > 0$ ist. Argumentieren Sie, dass das im Widerspruch dazu steht, dass $c^*(t)$ optimal ist.

(e) Wie lautet das Problem der Maximierung der Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion unter der Budgetbeschränkung? Argumentieren Sie, dass man dies als ein Variationsproblem auffassen kann. Zeigen Sie, dass die Anwendung des Ergebnisses aus Aufgabenteil (a) zu der notwendigen Bedingung

$$Y(j') = \left[\frac{P(j)}{P(j')}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} Y(j)$$

führt, die man auch mit dem Lagrange-Ansatz erhält (Herleitung dieser Formel nicht notwendig).