

**Masterprüfung „Ost-West-Handelsmodelle“
SS 2019**

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

31.7.2019

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:

Name:

Vorname:

Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

1	2	3	4	5	Σ

Bearbeiten Sie vier der fünf Aufgaben!

Je Aufgabe sind maximal **25 Punkte** erreichbar.

Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte auf dem Klausurbogen ein.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner.

Aufgabe 1: Kostenminimierung und Gewinnmaximierung

(a) Betrachten Sie eine Produktionsfunktion $y_j = f_j(\mathbf{x}_j)$ mit \mathbf{x}_j als Inputvektor. Definieren Sie konstante Skalenerträge bzw. Linearhomogenität.

.

(b) Stellen Sie das Kostenminimierungsproblem für eine Einheit Output auf.

(c) Von welchen Variablen des Modells hängen die Inputkoeffizienten ab, die das Minimierungsproblem aus Aufgabenteil (b) lösen? Definieren Sie mit Hilfe dieser Inputkoeffizienten die Kosten $c_j(\mathbf{w})$ für die Herstellung einer Einheit Output.

(d) Nehmen Sie an, dass es einen Inputvektor \mathbf{x}_j gibt, mit dem $y_j \neq 1$ zu Stückkosten $\mathbf{w}\mathbf{x}_j/y_j < c_j(\mathbf{w})$ produziert wird, d.h.

$$\mathbf{w} \left(\frac{\mathbf{x}_j}{y_j} \right) < c_j(\mathbf{w}).$$

Welcher Output wird gemäß konstanten Skalenerträgen mit den Inputs \mathbf{x}_j/y produziert? Argumentieren Sie, dass die Gleichung der Tatsache widerspricht, dass $\mathbf{a}_j(\mathbf{w})$ die kostenminimierenden Inputkoeffizienten sind.

(e) Argumentieren Sie, dass in einem Gleichgewicht mit Gewinnmaximierung und positivem Output „Preis gleich Stückkosten“ gelten muss.

(f) Sei $f_j(x_{1j}, x_{2j}) = x_{1j}^{\frac{1}{2}} x_{2j}^{\frac{1}{2}}$. Berechnen Sie die kostenminimierenden Inputkoeffizienten für die Herstellung einer Einheit Output und die resultierenden Stückkosten.

Aufgabe 2: Traditionelle Außenhandelstheorie (TTT)

(a) Nennen Sie (ohne Herleitung) die drei Mengen von Bedingungen, die in der TTT ein integriertes Gleichgewicht beschreiben. Erklären Sie jede der drei Bedingungen mit je einem Satz.

(b) Wie lauten formal die Bedingungen dafür, dass Reproduktion des integrierten Gleichgewichts möglich ist? Erklären Sie wieder jede der Bedingungen mit je einem Satz.

(c) Betrachten Sie nun eine Weltwirtschaft mit zwei Ländern, zwei Faktoren und **drei** Gütern und $x_2^1/x_1^1 > x_2^2/x_1^2$. Illustrieren Sie **zwei** Möglichkeiten der Reproduktion des integrierten Gleichgewichts anhand der bekannten Vektorbox (beschriften Sie darin die Achsen und die eingezeichneten Vektoren).

(d) Zeigen Sie Schritt für Schritt, dass bei Freihandel für jedes Land $\mathbf{w}\mathbf{x}^k \geq \mathbf{p}\mathbf{y}^{Aut}$ gilt. Was besagt diese Ungleichung. Was folgt aus der Ungleichung für die Wohlfahrtswirkung von Freihandel? Unter welcher Bedingung ist die Ungleichung strikt?

Aufgabe 3: IITT mit Fixkosten

(a) Wie lautet die Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion, wenn $\alpha = \frac{1}{2}$ ist? Wie lauten (ohne Herleitung) die aus der Maximierung dieser Funktion resultierenden Nachfragefunktionen?

(b) Sei $\alpha = \frac{1}{2}$, $a_{LY} = 1$, $F = \frac{1}{2}$ und $L = 100$. Betrachten Sie zunächst die integrierte Ökonomie. Wie lauten die Bedingungen für ein Gleichgewicht? Erklären Sie sie mit je einem Satz. Berechnen Sie $\frac{w}{P}$, Y und A im integrierten Gleichgewicht.

(c) Die Weltwirtschaft bestehe aus vier Ländern $k = 1, 2, 3, 4$ mit Arbeitsangeboten $L^1 = 10$, $L^2 = 20$, $L^3 = 30$ und $L^4 = 40$. Nennen Sie eine Verteilung der Güter in $[0, A]$ auf die vier Länder, sodass das integrierte Gleichgewicht reproduziert wird.

(d) Wie lautet die Budgetbeschränkung eines Haushalts in Land 1, der eine Einheit Arbeit anbietet? Leiten Sie hieraus sein Nutzenniveau U_h her. Erklären Sie, warum „gains from trade“ vorliegen.

Aufgabe 4: Arbeitslosigkeit im WETT-Modell

(a) Sei $\alpha = \frac{1}{2}$. Wie lauten (ohne Herleitung) die Nachfragefunktionen für Varietäten, die im Westen bzw. im Osten produziert werden?

(b) Sei $a_{LY} = 1$. Wie hoch sind die Preise der Varietäten in Abhängigkeit von den Löhnen, je nachdem in welchem Land sie produziert werden?

(c) Sei $L^{East} = 1.000$ und $L^{West} = 200$. Wie lauten die Arbeitsmarkträumungsbedingungen für die beiden Länder?

(d) Leiten Sie aus Ihren Antworten zu den Aufgabenteilen (a)-(c) Schritt für Schritt den Zusammenhang zwischen $\frac{w^{West}}{w^{East}}$ und $\frac{A^{West}}{A^{East}}$ her.

(e) Sei $A = 100$ und $\bar{A}^{East} = 55,56$. Berechnen Sie $\frac{w^{West}}{w^{East}}$ für den Fall, dass der Osten alle Güter produziert, die er produzieren kann (runden Sie auf eine ganze Zahl). Illustrieren Sie das Gleichgewicht anhand der bekannten Grafik.

(f) Nun steige \bar{A}^{East} auf 56,82. Der Relativlohn bleibt auf dem in Aufgabenteil (e) berechneten Niveau. Wie hoch ist dann die Arbeitslosigkeit im Westen (runden Sie auf eine ganze Zahl)?

Aufgabe 5: Variationsrechnung

Betrachten Sie das Variationsproblem

$$\begin{aligned} \max_{[c(t)]_0^T} &: \int_0^T g(t)u(c(t))dt \\ \text{s.t.} &: \int_0^T p(t)c(t)dt = I. \end{aligned}$$

(a) Formulieren Sie die notwendige Bedingung, die die Lösung $[c^*(t)]_0^T$ erfüllt.

(b) Sei

$$\begin{aligned} z(t) &\equiv \frac{g(t)u'(c^*(t))}{p(t)} > 0, \\ \int_{t'}^{t''} [z(t) - \mu]dt &= 0 \end{aligned}$$

und $c(t) = c^*(t) + \alpha\eta(t)$ mit

$$\eta(t) \equiv \begin{cases} \frac{z(t)-\mu}{p(t)}; & t \in (t', t''); \\ 0; & t \in [0, t'] \cup [t'', T]. \end{cases}.$$

Zeigen Sie, dass $c(t)$ die Nebenbedingung erfüllt.

(c) Wie lautet der Zusatznutzen $\Delta(\alpha)$ den man mit $c(t)$ statt mit $c^*(t)$ erhält? Berechnen Sie $\Delta'(0)$.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe der obigen Definitionen von $z(t)$ und $\eta(t)$, dass $\Delta'(0) > 0$ ist. Argumentieren Sie, dass das im Widerspruch dazu steht, dass $c^*(t)$ optimal ist.

(e) Wie lautet das Problem der Maximierung der Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion unter der Budgetbeschränkung? Argumentieren Sie, dass man dies als ein Variationsproblem auffassen kann. Zeigen Sie, dass die Anwendung des Ergebnisses aus Aufgabenteil (a) zu der notwendigen Bedingung

$$Y(j') = \left[\frac{P(j)}{P(j')} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} Y(j)$$

führt, die man auch mit dem Lagrange-Ansatz erhält (Herleitung dieser Formel nicht notwendig).

