Masterprüfung „Ost-West-Handelsmodelle“
SS 2022

6 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

3.8.2022

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vornamen:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

1	2	3	4	5	$\sum$

Bearbeiten Sie vier der fünf Aufgaben!

Je Aufgabe sind maximal **25 Punkte** erreichbar.

Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte auf dem Klausurbogen ein.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 11.
Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner.

Aufgabe 1: Traditionelle Außenhandelstheorie (TTT)

(a) Nennen Sie die drei Mengen von Gleichungen, die in der TTT die Gleichgewichtswerte von $\mathbf{w}$, $\mathbf{p}$ und $\mathbf{y}$ in der integrierten Ökonomie festlegen, und erklären Sie sie mit jeweils einem Satz.

(b) Was ist der Unterschied zwischen der integrierten Ökonomie und einer Weltwirtschaft mit Freihandel?

(c) Welche beiden der drei Mengen von Gleichgewichtsbedingungen aus Aufgabenteil (a) gelten auch mit Ländergrenzen? Welche neuen Bedingungen kommen anstelle der wegfallenden Bedingungen hinzu?

(d) Formulieren Sie formal die Bedingungen dafür, dass Reproduktion des Gleichgewichts aus Aufgabenteil (a) mit Ländergrenzen möglich ist („Es existieren $\mathbf{y}^k$, $k = 1, \ldots, K$, sodass …“), und erklären Sie sie mit je einem Satz.

(e) Erklären Sie anhand Ihrer Antwort zu Aufgabenteil (d) den Zusammenhang zwischen Anzahl von Gütern und Faktoren auf der einen Seite und Reproduzierbarkeit des integrierten Gleichgewichts auf der anderen Seite.

(f) Illustrieren Sie die Reproduktion eines integrierten Gleichgewichts anhand der Faktor-Vektor-Box für den Fall mit zwei Ländern ($K = 2$), zwei Faktoren ($I = 2$) und drei Gütern ($J = 3$). Beschriften Sie dabei die Vektoren, die aus Sicht von Land 1 (d.h. nach rechts oben zeigend) eingezeichnet sind („Inputs in der Produktion von ... im ...gleichgewicht“) .

Aufgabe 2: IITT ohne Fixkosten

(a) Wie lautet die Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion, wenn $\alpha = \frac{1}{2}$ ist? Wie lauten (ohne Herleitung) die aus der Maximierung dieser Funktion resultierenden Nachfragefunktionen? Definieren Sie auch den Preisindex $\mathcal{P}$.

(b) Sei $L = 100.000$, $A = 100$ und $a_{LY} = 1$. Betrachten Sie zunächst die integrierte Ökonomie. Wie hoch sind w/P und Y im integrierten Gleichgewicht (mit den gemachten Zahlenangaben)?

(c) Die Weltwirtschaft bestehe aus drei Ländern $k = 1, 2, 3$ mit Arbeitsangeboten $L^1 = 40.000$, $L^2 = 40.000$ und $L^3 = 20.000$. Land 1 kann die Produkte j im Intervall $[20, 90]$ herstellen, Land 2 die Produkte im Intervall $[0, 40]$ und Land 3 die Produkte im Intervall $[60, 100]$. Geben Sie zwei Möglichkeiten an, wie das integrierte Gleichgewicht reproduziert wird (d.h. für jedes Land die Menge der dort hergestellten Güter j).

(d) Formulieren Sie verbal die allgemeine Bedingung, die erfüllt sein muss, damit in der IITT ohne Fixkosten ein integriertes Gleichgewicht reproduziert werden kann.

(e) Konstruieren Sie für die in Aufgabenteil (c) gegebenen Arbeitsangebote L^k ein Beispiel, in dem Reproduktion nicht möglich ist, obwohl jedes Land k mehr als $100L^k/L$ Varietäten herstellen kann.

Aufgabe 3: WETT-Grundmodell: Gains from trade

(a) Wie lautet die Nachfragefunktion eines Haushalts h mit Einkommen $w^{k'}$ für in k produzierte Varietäten?

(b) Zeigen Sie, dass der Nutzen des Haushalts h aus k'

$$U_h = w^{k'} \left[A^{West} (P^{West})^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} + A^{East} (P^{East})^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

beträgt.

(c) Zeigen Sie, dass die Formel aus Aufgabenteil (b) für einen Haushalt aus $k' = West$ als

$$U_h = \frac{A^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{a_{LY}} \left[\frac{A^{West}}{A} + \frac{A^{East}}{A} \left(\frac{w^{West}}{w^{East}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

geschrieben werden kann.

(d) Zeigen Sie, dass der Haushalt aus Aufgabenteil (c) durch internationalen Handel nicht verliert. Unter welcher Bedingung hat er „gains from trade“? Begründen Sie Ihr Ergebnis inhaltlich.

(e) Zeigen Sie, dass die Formel aus Aufgabenteil (b) für einen Haushalt aus $k' = East$ als

$$U_h = \frac{(A^{East})^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{a_{LY}} \left[\frac{A^{West}}{A^{East}} \left(\frac{w^{East}}{w^{West}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + 1 \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

geschrieben werden kann.

(f) Zeigen Sie mithilfe der Formel aus Aufgabenteil (e) rechnerisch, und begründen Sie inhaltlich, dass für die Haushalte im Osten „gains from trade“ vorliegen.

Aufgabe 4: WETT: Dynamisches Modell

(a) Leiten Sie aus den Gleichgewichtsbedingungen des WETT-Grundmodells Schritt für Schritt den Zusammenhang zwischen w^{West}/w^{East} und A^{West}/A^{East} her.

(b) Geben Sie für die einzelnen Schritte in Aufgabenteil (a) an, welche Gleichgewichtsbedingungen (Gleichungen) Sie verwendet haben.

(c) Geben Sie die Gleichungen für $\dot{A}$ und $\dot{\bar{A}}^{East}$ an, und erläutern Sie sie mit jeweils einem Satz.

(d) Beweisen Sie:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{A-\bar{A}^{East}}{\bar{A}^{East}}\right)=\frac{A}{\bar{A}^{East}}\left(g-h\frac{A^{West}}{\bar{A}^{East}}\right).$$

(e) Sei

$$\frac{A-\bar{A}^{East}}{\bar{A}^{East}}>\frac{L^{West}}{L^{East}}.$$

Argumentieren Sie mithilfe der Formel aus Aufgabenteil (d), gegen welchen Wert A^{West}/A^{East} konvergiert.

(f) Illustrieren Sie den Konvergenzprozess in der üblichen Grafik.

Aufgabe 5: Variationsrechnung

Betrachten Sie das Variationsproblem

$$\max_{[c(t)]_{t=0}^{T}} : \int_0^T g(t)u(c(t))dt$$

$$\text{u.d.N.:} \int_0^T p(t)c(t)dt = I.$$

(a) Formulieren Sie die notwendige Bedingung, die die Lösung $[c^*(t)]_0^T$ erfüllt.

(b) Sei

$$z(t) \equiv \frac{g(t)u'(c^*(t))}{p(t)} > 0,$$

$$\int_{t'}^{t''} [z(t) - \mu]dt = 0$$

und $c(t) = c^*(t) + \alpha\eta(t)$ mit

$$\eta(t) \equiv \begin{cases} \frac{z(t)-\mu}{p(t)}; & t \in (t', t''); \\ 0; & t \in [0, t'] \cup [t'', T]. \end{cases} .$$

Zeigen Sie, dass $c(t)$ die Nebenbedingung erfüllt.

(c) Wie lautet der Zusatznutzen $\Delta(\alpha)$ den man mit $c(t)$ statt mit $c^*(t)$ erhält? Berechnen Sie $\Delta'(0)$.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe der obigen Definitionen von $z(t)$ und $\eta(t)$, dass $\Delta'(0) > 0$ ist. Argumentieren Sie, dass das im Widerspruch dazu steht, dass $c^*(t)$ optimal ist.

(e) Wie muss man die Variablen und Funktionen im Dixit-Stiglitz-Nutzenmaximierungsproblem

$$\max_{[Y(j)]_{j=0}^{A}} : \int_0^A Y(j)^\alpha dj$$

$$\text{u.d.N.:}\, I = \int_0^A P(j)Y(j)dj$$

umdefinieren, damit man das Resultat aus Aufgabenteil (a) anwenden kann. Was folgt aus dem Resultat für $Y(j)/Y(j')$?