

Übungen zur Geometrie

Prof. Dr. C. Löh

Blatt 2 vom 22. April 2016

Aufgabe 1 (Heiratsbedingung). Erfüllen die unten angegebenen Abbildungen $\{1, \dots, 4\} \rightarrow P(\{1, \dots, 6\})$ die Heiratsbedingung? Begründen Sie Ihre Antwort!

1.

$$\begin{aligned}\{1, \dots, 4\} &\longrightarrow P(\{1, \dots, 6\}) \\ 1 &\longmapsto \{1, 2, 5, 6\} \\ 2 &\longmapsto \{3, 4\} \\ 3 &\longmapsto \{3, 4\} \\ 4 &\longmapsto \{3, 4\}\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}\{1, \dots, 4\} &\longrightarrow P(\{1, \dots, 6\}) \\ 1 &\longmapsto \{2, 3, 4\} \\ 2 &\longmapsto \{1, 2\} \\ 3 &\longmapsto \{1, 4\} \\ 4 &\longmapsto \{3\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2 (L-Tromino-Spiel). Zwei Spieler, A und B, spielen folgendes Spiel auf einem 2015×2015 -Schachbrett, bei dem das zentrale Feld (also das 1008-te Feld in der 1008-ten Zeile) fehlt:

- Zu Beginn ist das Spielbrett leer.
- Ein Zug besteht darin, einen Stein der Form  (sog. *L-Tromino*) so auf drei Schachbrett-Felder zu setzen, dass er sich mit keinem anderen Stein überlappt; der Stein darf dabei auch gedreht werden:



- Spieler A und B ziehen abwechselnd.
- Derjenige, der den letzten Stein setzen kann, gewinnt.
- Spieler A beginnt.

Geben Sie eine Gewinnstrategie für Spieler B an und begründen Sie, warum es sich dabei um eine Gewinnstrategie handelt.

Hinweis. Verwenden Sie eine geeignete Symmetrie!

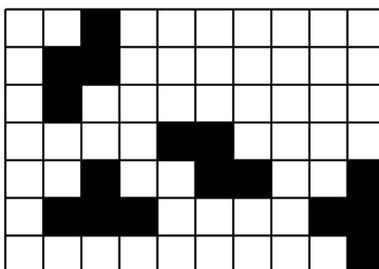
Aufgabe 3 (SET).

1. Wieviele Geraden gibt es in der Mini-Geometrie $A(\mathbb{F}_3^4)$? Begründen Sie Ihre Antwort!
2. In wievielen SETs ist Ihre Lieblings-SET-Karte enthalten? Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis. Nutzen Sie geeignete Symmetrien und achten Sie darauf, dass Sie nichts mehrfach zählen.

Bitte wenden

Aufgabe 4 (Zug für Zug). Zwei Spieler, A und B, spielen folgendes Spiel auf dem untenstehenden Spielbrett:



- Spieler A beginnt und setzt eine Spielfigur auf ein freies (in obiger Abbildung weiß) Feld seiner Wahl. Danach macht Spieler B den ersten normalen Zug.
- Ein Zug besteht darin, diese Figur auf ein horizontal oder vertikal benachbartes Feld zu setzen, das die Figur bisher noch *nicht* besucht hat. Insbesondere ziehen beide Spieler mit derselben Figur!
- Spieler A und B ziehen abwechselnd.
- Derjenige, der den letzten Zug machen kann, gewinnt.

Geben Sie eine Gewinnstrategie für Spieler B an und begründen Sie, warum es sich dabei um eine Gewinnstrategie handelt. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

1. Modellieren Sie das Spielbrett durch einen geeigneten Graphen (eine Skizze genügt).
2. Geben Sie ein perfektes Matching für Ihren Graphen an (eine Skizze genügt).
3. Erklären Sie, warum dieses perfekte Matching zu einer Gewinnstrategie für Spieler B führt.

Bonusaufgabe (Mathematik-Wettbewerbe).

1. Aus wievielen Runden besteht der *Bundeswettbewerb Mathematik*? Wie laufen diese Runden ab?
2. Wie sieht das Auswahlverfahren der deutschen Mannschaft für die *Internationale Mathematik-Olympiade* aus?