

## *Kompetenzmessung bei Lehrkräften*

Stefan Krauss & Georg Bruckmaier  
Didaktik der Mathematik  
Universität Regensburg

*1. Thementag Theorie-Praxis 2013  
Kompetenzorientierung in Unterricht und Leistungsmessung  
09.10.2013, Universität Regensburg*

# Überblick über den Vortrag

- (1) Die COACTIV-Studie
- (2) Das COACTIV-Kompetenzmodell für Lehrkräfte
- (3) Die Entwicklung der Tests zum fachdidaktischen Wissen und zum Fachwissen von Mathematiklehrkräften
- (4) Ergebnisse und Ausblick

# Überblick über den Vortrag

- (1) Die COACTIV-Studie
- (2) Das COACTIV-Kompetenzmodell für Lehrkräfte
- (3) Die Entwicklung der Tests zum fachdidaktischen Wissen und zum Fachwissen von Mathematiklehrkräften
- (4) Ergebnisse

## Mitwirkende bei COACTIV

### COACTIV-Forschungsprogramm\*

#### Projektleiter:

Prof. Jürgen Baumert, MPIB Berlin  
Prof. Werner Blum, Kassel  
Prof. Michael Neubrand, Oldenburg

#### Projektmitarbeiter:

Prof. Dr. Uta Klusmann, Kiel  
Dr. Yi-Miau Tsai, Berlin  
Dr. Tamar Voss, Berlin  
Dr. Dirk Richter, Berlin  
Michael Besser, Kassel

#### Projektmitarbeiter:

Prof. Stefan Krauss, Regensburg  
Prof. Martin Brunner, Luxemburg  
Prof. Mareike Kunter, Frankfurt  
Dr. Yvonne Anders, Berlin  
Prof. Alexander Jordan, Bielefeld  
Dr. Jürgen Elsner, Berlin

#### Technische Assistenz:

Katrin Löwen (und zahlreiche Hilfskräfte), Berlin

*\*gefördert durch die DFG im Rahmen des Schwerpunktprogramms BiQua*

*COACTIV: <http://www.mpib-berlin.mpg.de/coactiv/index.htm>*

Mareike Kunter  
Jürgen Baumert  
Werner Blum  
Uta Klusmann  
Stefan Krauss  
Michael Neubrand  
(Hrsg.)



## Professionelle Kompetenz von Lehrkräften

Ergebnisse des  
Forschungsprogramms  
COACTIV

**WAXMANN**

*COACTIV-Sammelband*  
*Erschienen 2011*  
*19 Kapitel, 369 Seiten*

## (1) Die COACTIV Studie 03/04

### Hauptidee

Umfassende Untersuchung der Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer der für PISA 03/04 gezogenen Klassen

(14 h Befragung *und* Testung)

### Untersuchungsziele

- (1) Erfassung von professionellen Kompetenzen, Unterrichtsverhalten und Berufserleben von deutschen Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe
- (2) „Rekonstruktion“ von Mathematikunterricht
- (3) Aufdeckung von Kausalstrukturen

# „Rekonstruktion“ von Mathematikunterricht durch COACTIV und PISA

## „PISA“-Lehrer



### COACTIV 03/04:

- Wissen/Kompetenz
- Motivation
- Überzeugungen
- Biografie
- etc.

## Mathematikunterricht

Unterrichtsfragebögen  
Lehrer (COACTIV 03/04) und  
Schüler (PISA 03/04) zu:

- Klassenklima
- Disziplin
- Bewertungsmaßstäbe
- Sozialformen
- Lernunterstützung
- etc.



Eingesetzte Aufgaben  
in den „PISA“-Klassen

### COACTIV 03/04:

- Aufgabenklassifikationsschema

## „PISA“-Klasse



### PISA 03/04:

- Wissen/Kompetenz
- Motivation
- Überzeugungen
- Biografie
- etc.

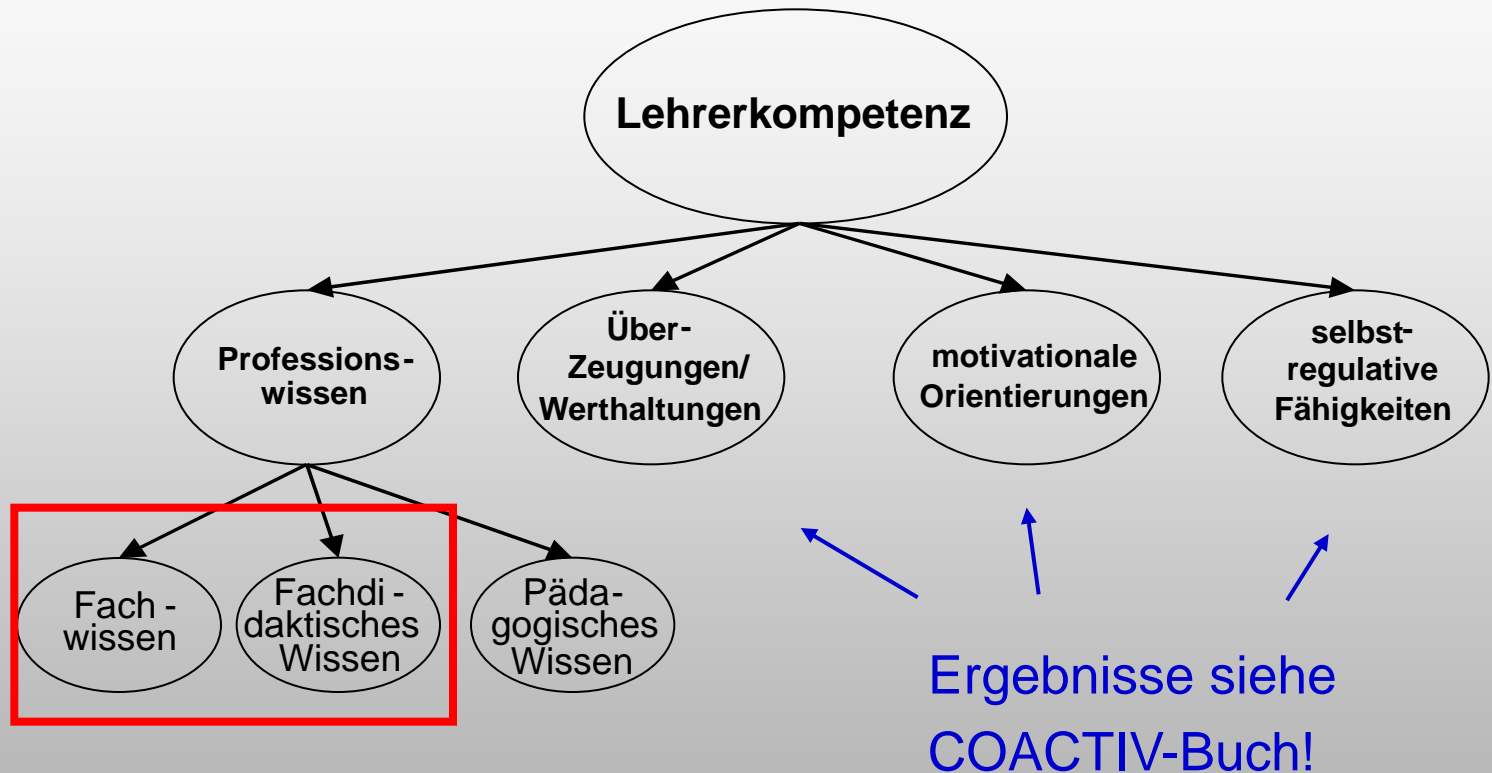
# Überblick über den Vortrag

- (1) Die COACTIV-Studie
- (2) Das COACTIV-Kompetenzmodell für Lehrkräfte
- (3) Die Entwicklung der Tests zum fachdidaktischen Wissen und zum Fachwissen von Mathematiklehrkräften
- (4) Ergebnisse



# COACTIV-Modell der Lehrerkompetenz

Nach: Weinert (1999), Bromme (1997)



Zentrale Professionswissenskategorien  
(nach Shulman, 1986, 1987)



# Überblick über den Vortrag

- (1) Die COACTIV-Studie
- (2) Das COACTIV-Kompetenzmodell für Lehrkräfte
- (3) Die Entwicklung der Tests zum fachdidaktischen Wissen und zum Fachwissen von Mathematiklehrkräften
- (4) Ergebnisse

## Testkonstruktion in COACTIV

- Tests zum Professionswissen von Lehrkräften wiederholt gefordert
- Aufgabe von COACTIV: Umsetzung für das Unterrichtsfach Mathematik (Konzentration auf fachspezifische Wissensbereiche)
- Im Folgenden werden *Konzeptualisierung* und *Operationalisierung* des fachdidaktischen Wissens und des Fachwissens (Aufgabenbeispielen) vorgestellt



# Konzeptualisierung des fachdidaktischen Wissens (FDW)

## Einfache Grundannahme:

Unterrichten von Mathematik bedeutet ...

*„Schülern mathematische Inhalte  
zugänglich zu machen“*



→ Mathematiklehrkräfte sollten über fachdidaktisches Wissen über „Schüler“, über „Inhalte“ und über Methoden des „Zugänglichmachens“ verfügen



# Konzeptualisierung des fachdidaktischen Wissens (FDW)

Fachdidaktisches Wissen – Spezifizierung der drei Wissensbereiche:

*(1) Fachdidaktisches Wissen über Schüler:*

Erkennen, Analyse und Vorhersage von *typischen Fehlern* und Schwierigkeiten („Schülerkognition“) (z.B. Matz, 1982; Malle, 1993)

*(2) Fachdidaktisches Wissen über Inhalte:*

Erkennen des *multiplen Lösungspotentials* von Aufgaben („Aufgaben“) (z.B. Büchter & Leuders, 2005; Große, 2004; Neubrand & Neubrand, 2004)

*(3) Fachdidaktisches Wissen über Methoden des Zugänglichmachens:*

*Erklären, Darstellen und Repräsentieren* mathematischer Sachverhalte („Instruktion“) (z.B. Kirsch, 1977; Fischer & Malle, 1985; Hefendehl-Hebeker, 1996)



## Konzeptualisierung des Fachwissens (FW)

Der Begriff „*mathematisches Fachwissen*“ kann sich zunächst auf ganz unterschiedliche Ebenen beziehen, z.B.:

- Mathematisches Alltagswissen
- Beherrschung des Stoffs des Mathematikcurriculums (etwa wie es von einem durchschnittlichen Schüler erwartet wird)
- Vertieftes Hintergrundwissen über den Stoff des Mathematikcurriculums (z.B. auch elementare Schulmathematik vom höheren Standpunkt aus)
- Reines Universitätswissen, das vom Curriculum der Schule losgelöst ist (z.B. Galoistheorie, Funktionalanalysis)



## Zu konstruieren ...

Fachdidaktiktest (bestehend aus drei Subtests)

**Schülerkognition:** Analyse & Vorhersage von typischen Schülerfehlern & Schwierigkeiten

**Aufgaben:** Erkennen des multiplen Lösungspotentials von Aufgaben

**Instruktion:** Erklären, Darstellen und Repräsentieren mathematischer Sachverhalte

Fachwissenstest

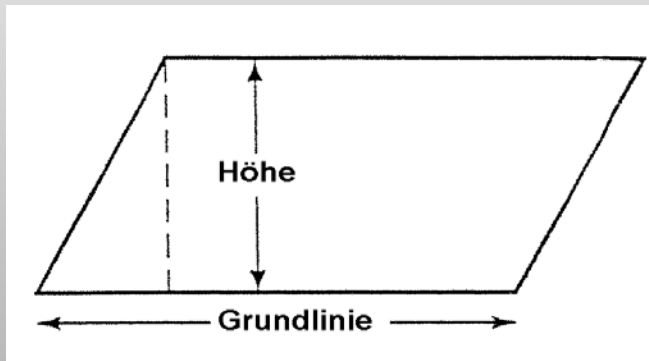
**Fachwissen:** Bearbeiten von Mathematikaufgaben auf vertieftem Schulstoffniveau

# Beispielitem „Schülerkognition“ (7 Items)

**Schülerkognition:**

**Analyse und Vorhersage von *typischen Schülerfehlern und Schwierigkeiten***

**Die Fläche eines Parallelogramms kann berechnet werden durch Multiplikation von Grundlinie und Höhe**



**Bitte skizzieren Sie ein Beispiel eines Parallelogramms, bei dem Schüler Schwierigkeiten bei der Anwendung dieser Formel haben könnten.**

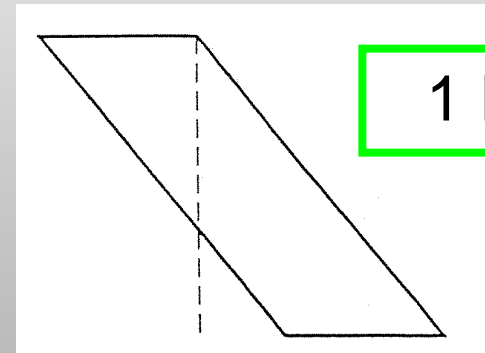
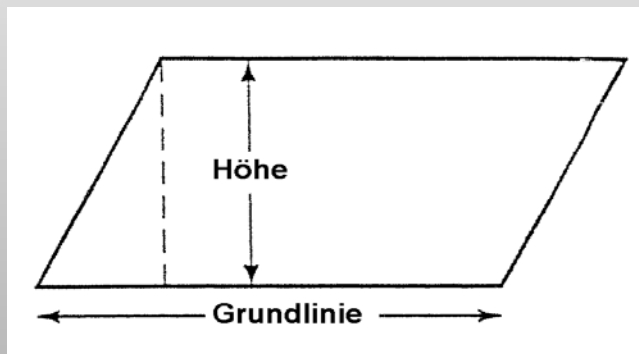


# Beispielitem „Schülerkognition“ (7 Items)

**Schülerkognition:**

**Analyse und Vorhersage von *typischen Schülerfehlern und Schwierigkeiten***

Die Fläche eines Parallelogramms kann berechnet werden durch Multiplikation von Grundlinie und Höhe



Bitte skizzieren Sie ein Beispiel eines Parallelogramms, bei dem Schüler Schwierigkeiten bei der Anwendung dieser Formel haben könnten.

## Beispielitem „Aufgaben“ (4 Items)

**Aufgaben:**

**Erkennen des *multiplen Lösungspotentials* von Aufgaben**

*Ihre Schüler haben die folgende PISA-Aufgabe bearbeitet:*

Luca behauptet: „Das Quadrat einer natürlichen Zahl ist immer um 1 größer als das Produkt ihrer beiden Nachbarzahlen“.

Stimmt Lucas Behauptung?

*Bitte geben Sie möglichst viele verschiedene Lösungswege für diese Aufgabe an!*

# Beispielitem „Aufgaben“ (4 Items)

**Aufgaben:**

Erkennen des *multiplen Lösungspotentials* von Aufgaben

1 Punkt

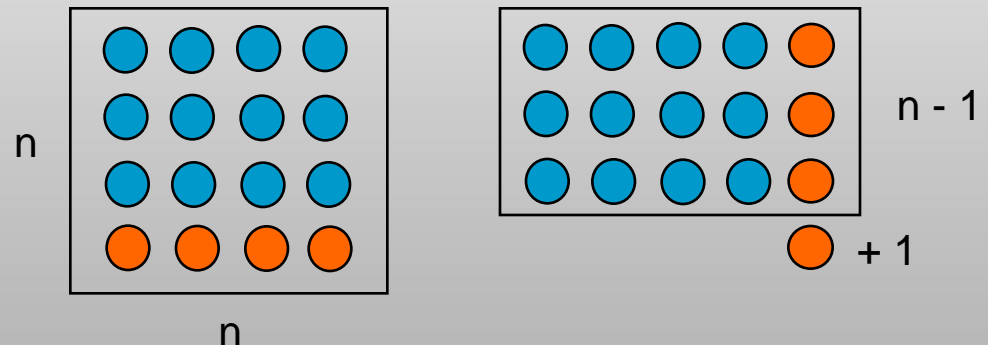
**Algebraisch:**

Sei  $n$  eine beliebige natürliche Zahl.

$(n - 1) \cdot (n + 1) = n^2 - 1$ ,  
das ist um 1 kleiner als  $n^2$

1 Punkt

**Geometrisch:**



# Beispielitem „Instruktion“ (11 Items)

**Instruktion:**

***Erklären, Darstellen und Repräsentieren* mathematischer Sachverhalte**

Eine Schülerin sagt:

Ich verstehe nicht,  
warum  $(-1) \cdot (-1) = 1$

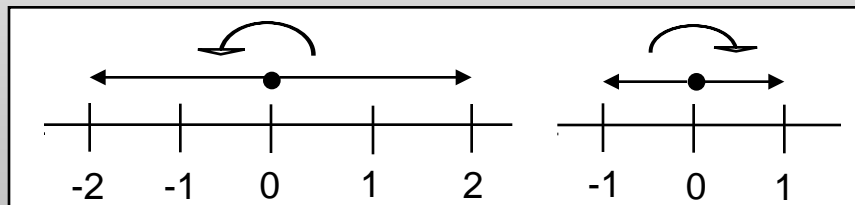
Bitte versuchen Sie Ihrer Schülerin diesen Sachverhalt auf möglichst vielen verschiedenen Wegen verständlich zu machen

# Beispielitem „Instruktion“ (11 Items)

1 Punkt

0 Punkte

$$\begin{array}{r}
 -1 \curvearrowright 2 \cdot (-1) = -2 \curvearrowleft +1 \\
 1 \cdot (-1) = -1 \\
 0 \cdot (-1) = 0 \\
 (-1) \cdot (-1) = 1 \\
 (-2) \cdot (-1) = 2
 \end{array}$$



„Multiplizieren mit -1 bedeutet ins Gegenteil umkehren: z.B. Kredit in Schulden und umgekehrt. Das Gegenteil von -1 (Euro) ist 1 (Euro) Guthaben.“

„Man kann  $(-1) \cdot (-1)$  auch als doppelte Verneinung verdeutlichen“

„Das ist eben so!“

„Das ist etwas, was gelernt und angewendet werden muss und nicht etwas, was erklärt werden muss“

„Mathematische Definitionen nachschauen“

$$\begin{array}{r}
 -1 = -1 \\
 (-1) \cdot (-1) = 1 \\
 (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1 \\
 (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1
 \end{array}$$

## Beispielitem Fachwissen (13 Items)

**Fachwissen:**

**Bearbeiten von Mathematikaufgaben auf *vertieftem Schulstoffniveau***

Ist  $2^{1024} - 1$  eine Primzahl?

## Beispielitem Fachwissen (13 Items)

**Fachwissen:**

**Bearbeiten von Mathematikaufgaben auf *vertieftem Schulstoffniveau***

Ist  $2^{1024} - 1$  eine Primzahl?

1 Punkt

Nein, denn es gilt:  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ .

Demnach lässt sich  $2^{1024} - 1$  zerlegen in

$$(2^{512} - 1)(2^{512} + 1)$$

# Überblick über den Vortrag

- (1) Die COACTIV-Studie
- (2) Das COACTIV-Kompetenzmodell für Lehrkräfte
- (3) Die Entwicklung der Tests zum fachdidaktischen Wissen und zum Fachwissen von Mathematiklehrkräften
- (4) Ergebnisse



# Ergebnisse zu den beiden Wissenstests

## Vorbemerkung:

*Alle folgenden Ergebnisse sind immer zu verstehen in Bezug auf die Konzeptualisierung und Operationalisierung des fachdidaktischen Wissens (FDW) und des Fachwissens (FW) im Rahmen von COACTIV!*



# Ergebnisse zu den beiden Wissenstests

- a. Testkonstruktion
- b. Stichprobe und Durchführung
- c. Schulformunterschiede im Wissen
- d. Wissen und Berufserfahrung
- e. Wissen und subjektive Theorien
- f. Wissen, Unterrichtsqualität und Schülerleistung

## a. Testkonstruktion

- Festlegung der „Itemformate“ → „Unterrichtsszenarios“ mit offenem Antwortformat
- Problem: Schwierigkeit und Trennschärfe
- Zu beachten außerdem: „face validity“ (Augenscheinplausibilität)
- Was ist „richtige“ Antwort?
  
- Insgesamt wurden 80 Items und ein entsprechendes „Kodierschema“ entwickelt
- Nach mehreren Pilotierungsdurchgängen blieben 35 Items übrig (22 Fachdidaktikitems und 13 Fachwissensitems)
- 8 hervorragende Mathematiklehramtsstudenten (Uni Kassel) wurden in der „Kodierung dieser Items“ geschult
- Alle Lehrerantworten wurden doppelt kodiert → gute Testgütekriterien!



## b. Stichprobe und Durchführung

- Durchführung: April 2004, Nachmittag PISA-Testtag
- Einzelsitzung mit geschultem Testleiter; Taschenrechner nicht erlaubt
- keine Zeitbegrenzung; mittlere Bearbeitungsdauer: ca. 2 h  
(65 Min Fachdidaktiktest; 55 Min Fachwissenstest)
- Aufwandsentschädigung: 60 Euro
  
- Stichprobe: N = 198 Lehrkräfte (von 218 COACTIV 04 Teilnehmern)
- Gymnasium: N = 85; andere Sekundarschulformen: N = 113
- 48% männlich
- Durchschnittsalter 47,2 Jahre (SD 8,4; von 28 bis 65)

## c. Mittelwerte (inkl. Schulformunterschiede)

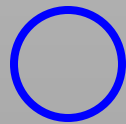
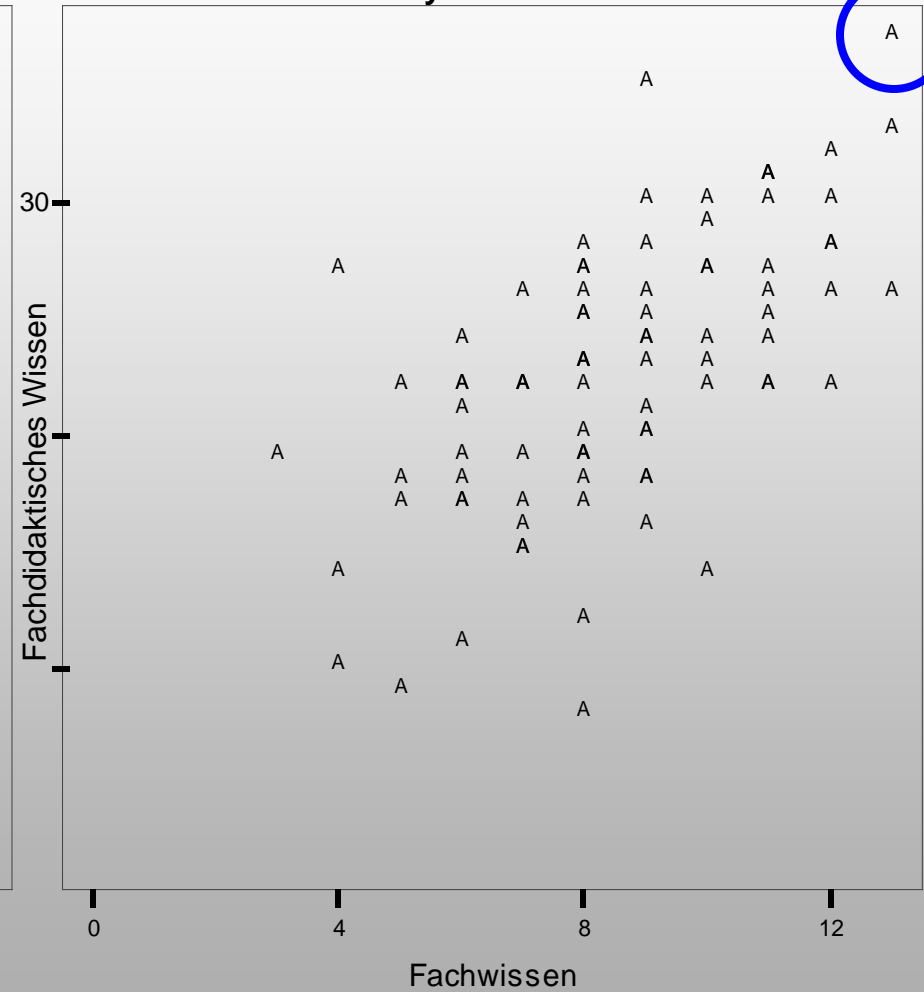
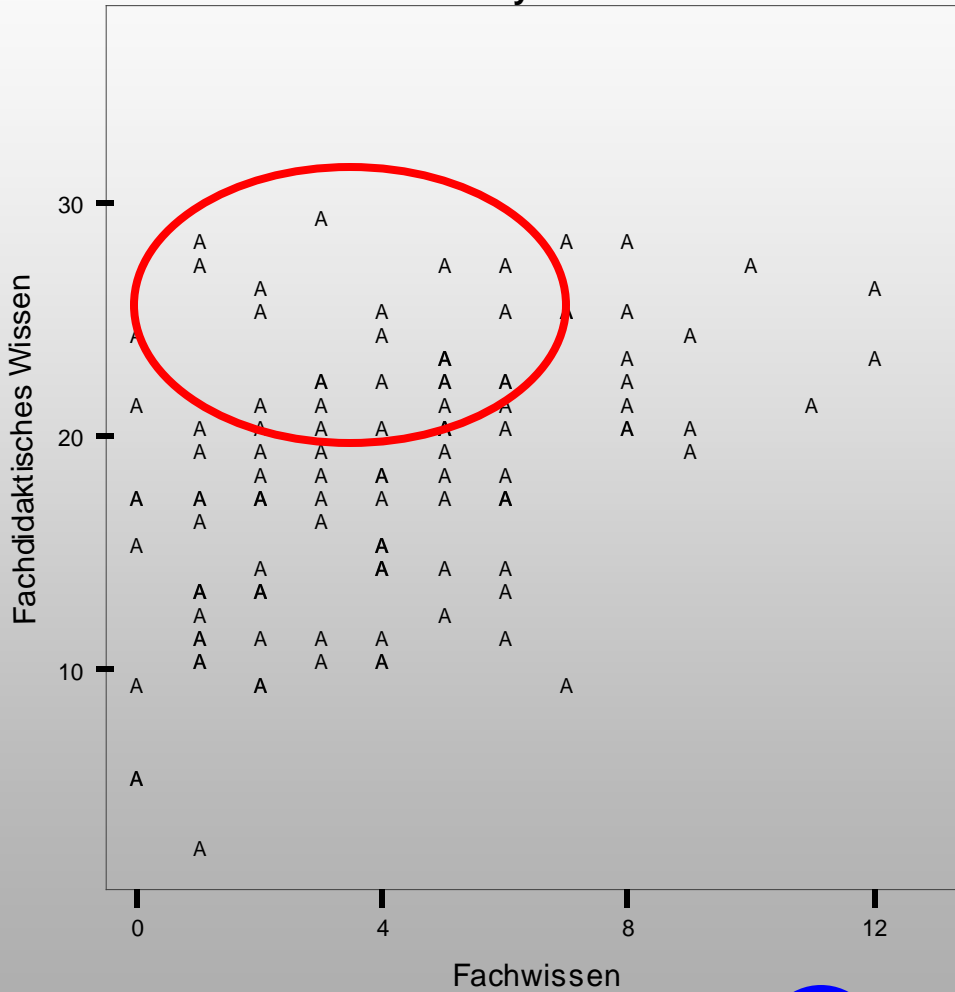
	Mittelwerte (Standardabweichungen)			emp. Max
	<i>Alle Lehrer</i> N = 198	<i>Gymnasium</i> N = 85	<i>Nicht- Gymnasium</i> N = 113	
Fachwissen (13 Items)				
Fachdidakt. Wissen (22)				
<i>Instruktion</i> (11 Items)				
<i>Schülerkog.</i> (7 Items)				
<i>Aufgaben</i> (4 Items)				



# c. Schulformunterschiede: Streudiagramm

**Nicht-Gymnasium**

**Gymnasium**



Absolventin der Uni Regensburg

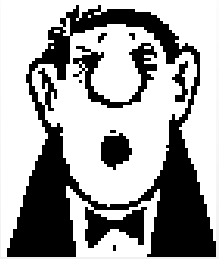
## d. Wissen und Berufserfahrung

### Fragestellung:

*Verfügen ältere Lehrkräfte (oder jüngere) über ein höheres Professionswissen?*

- Keine positive Korrelation zwischen beiden Wissensbereichen und Berufserfahrung im COACTIV-Datensatz!
- Wissensentwicklung scheint nach Ausbildung im Wesentlichen abgeschlossen
- Interessante Frage: Wird dieses Wissen eher im ersten oder im zweiten Ausbildungsabschnitt erworben?
- COACTIV-Tests zu verschiedenen kritischen Zeitpunkten in Ausbildung einsetzen („COACTIV-R“)

## e. Wissen und subjektive Theorien/Überzeugungen



### *Subjektive Theorien über das Fach Mathematik*

Lehrkräfte mit *hohen Werten in beiden Wissensbereichen ...*

- *lehnen* tendenziell „*toolbox*“-*Sichtweise* von Mathematik *ab*  
(„Mathematik besteht vor allem aus Regeln und Fakten“)

- tendieren eher dazu, *Mathematik als „Prozess“* anzusehen  
(„Mathematik zu betreiben bedeutet vor allem, ständig Neues zu entdecken“)



## e. Wissen und subjektive Theorien/Überzeugungen



### *Subjektive Theorien über das Lernen von Mathematik*

Lehrkräfte mit *hohen Werten in beiden Wissensbereichen ...*

- *lehnen* tendenziell „rezeptive Lerntheorien“ ab

(„Mathematik ist am besten durch aufmerksames Zuhören zu lernen“)

- haben *eher konstruktivistische Sichtweisen* von optimalem Lernen

(„Eigenaktivität ist für das Lernen von Mathematik ganz entscheidend“)

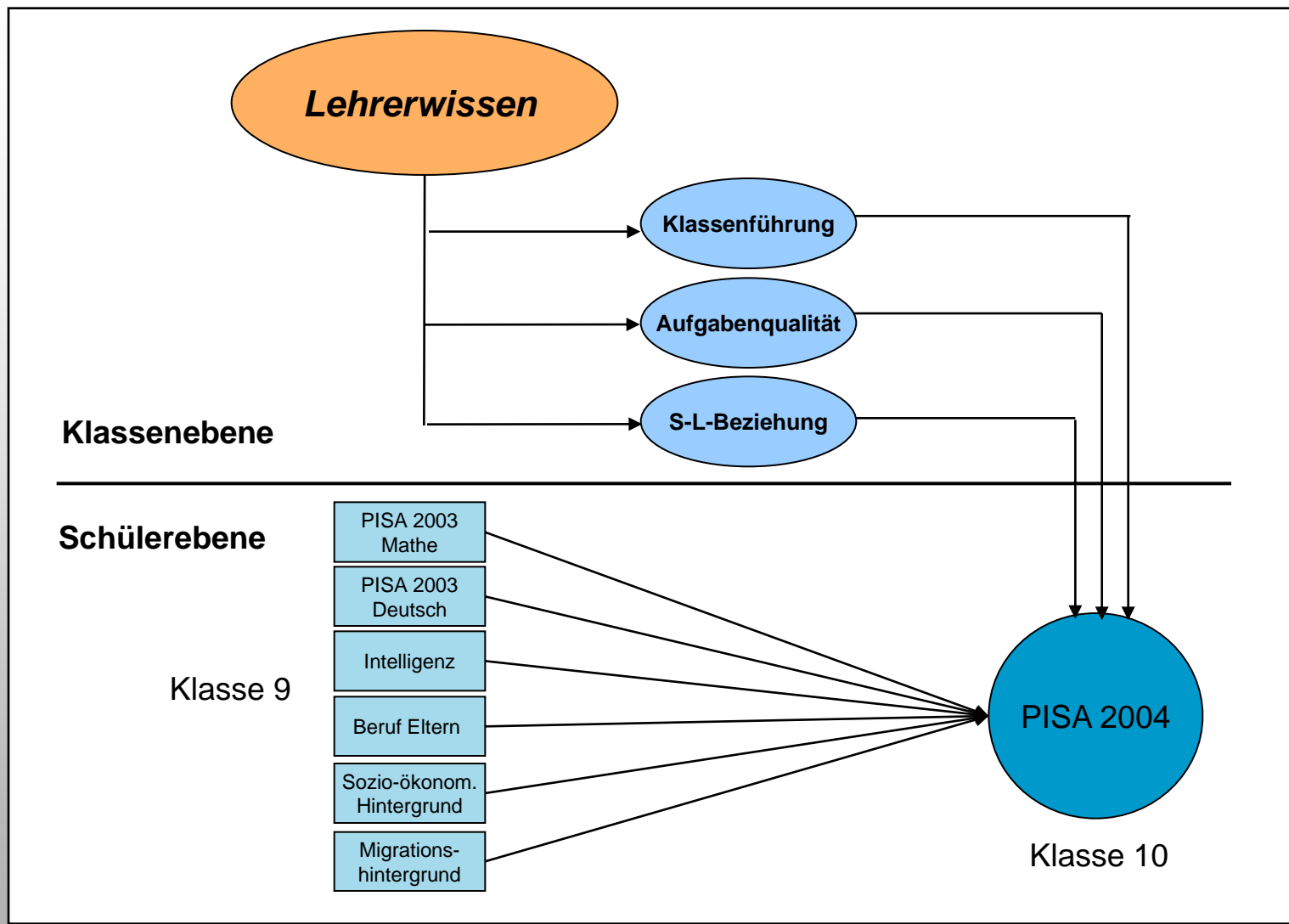
## Wissen und subjektive Theorien

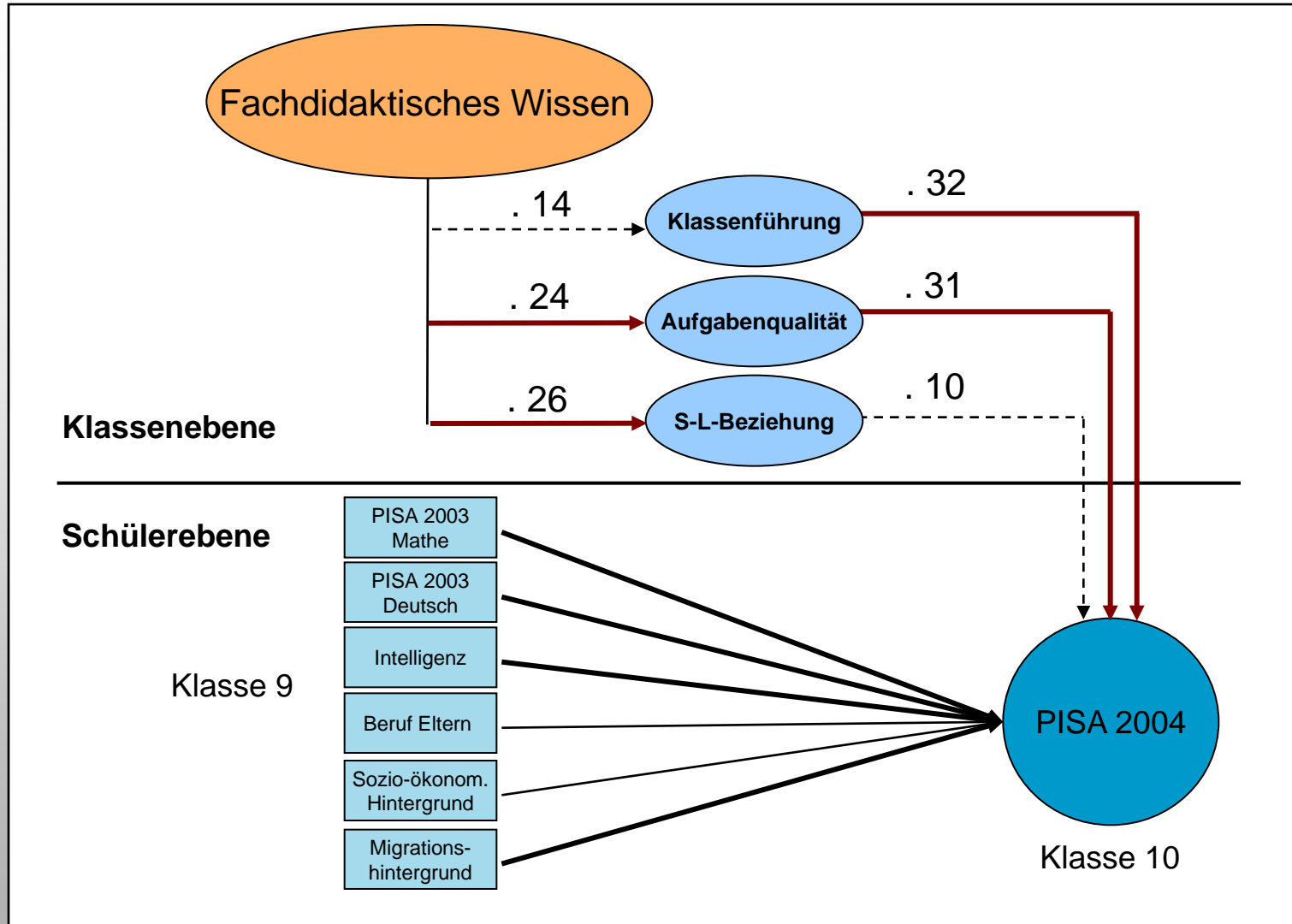
*Hohe Wissenswerte gehen tendenziell mit einer konstruktivistischen Sichtweise auf Lernen und einer prozesshaften Sicht auf Mathematik einher.*

## f. Wissen und Schülerleistung

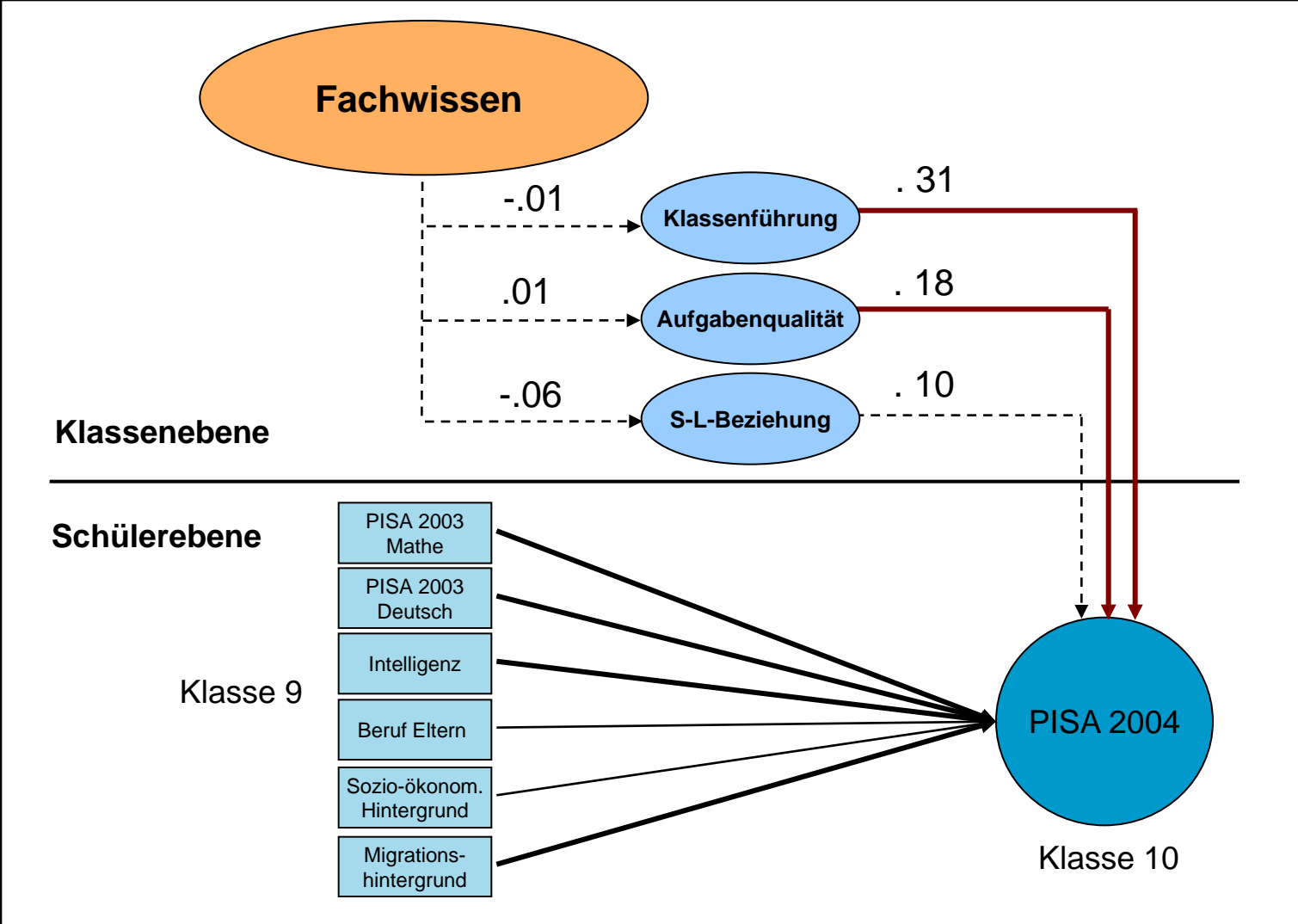
### Zentrale Frage:

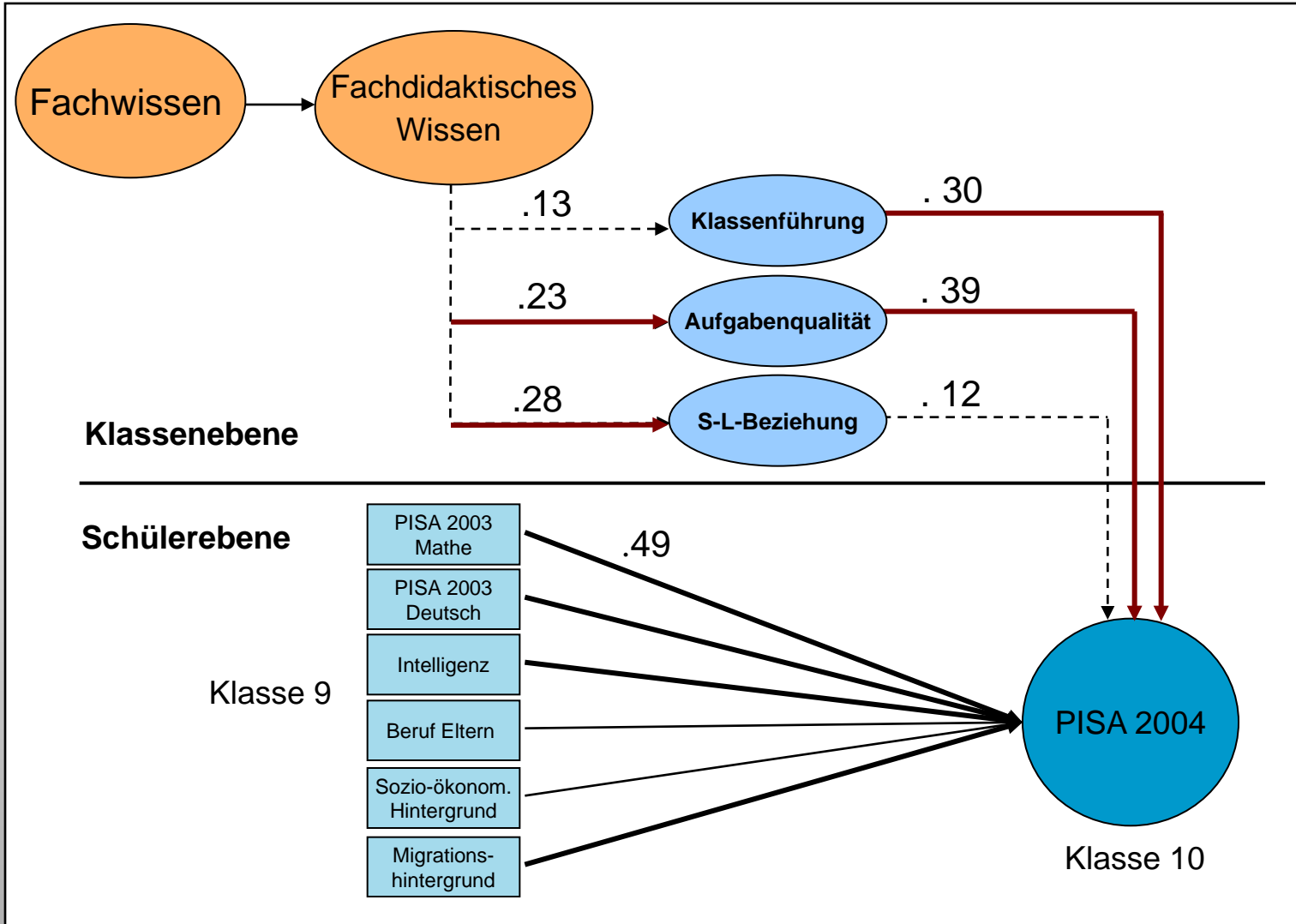
Hat das fachdidaktische Wissen einer Lehrkraft einen signifikanten Einfluss auf die Unterrichtsqualität und den Leistungszuwachs der Schülerinnen und Schüler?





→ Signifikanter Einfluss auf Unterrichtsqualität und Leistungszuwachs der Schüler





(Nicht im Buch enthalten)



## Zusammenfassung und einige Folgerungen

- Hauptziel von COACTIV war die theoretische Strukturierung der Kompetenzen von Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe und die Konstruktion entsprechender Messinstrumente
- Konstruktion und Einsatz von Tests zum fachdidaktischen Wissen und zum Fachwissen zeigen, dass
  - 1) die Ausbildung ganz entscheidend für das spätere Kompetenzniveau einer Lehrkraft ist („education matters“)
  - 2) das fachdidaktische Wissen einer Lehrkraft zum Leistungszuwachs der Schüler beiträgt („prädiktive Validität“)
  - 3) das Fachwissen eine wichtige Rolle für den Erwerb des fachdidaktischen Wissens spielt
  - 4) es noch großen Spielraum für die Entwicklung fachdidaktischen Wissens gibt



*Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!*

*Bitte stellen Sie auch jederzeit Rückfragen an:  
stefan1.krauss@mathematik.uni-regensburg.de*