



UNIVERSITÄT REGENSBURG

Naturwissenschaftliche Fakultät II - **Physik**

Anleitung zum Anfängerpraktikum **B**

Versuch „*fr*“: Faraday Rotation

3. Auflage 2019

**Dr. Stephan Giglberger**

**Marten Scheuck**

# Inhaltsverzeichnis

<b>fr</b>	<b>Faraday Rotation</b>	<b>3</b>
fr.1	Lernziele . . . . .	3
fr.2	Vorbereitung . . . . .	3
fr.2.1	Literatur . . . . .	3
fr.2.2	Brechungsindex . . . . .	4
fr.2.3	Polarisation von Licht . . . . .	4
fr.2.4	Optische Modulatoren . . . . .	6
fr.2.5	Faraday Rotation . . . . .	6
fr.2.6	Intensitätsmodulation durch Polarisation . . . . .	7
fr.3	Fragen und Aufgaben zur Vorbereitung . . . . .	9
fr.4	Durchführung . . . . .	10
fr.4.1	Aufgaben . . . . .	11

# **fr Faraday Rotation**

## **fr.1 Lernziele**

Mit Faraday-Rotation bezeichnet man die Drehung der Polarisationssebene einer polarisierten, elektromagnetischen Welle beim Durchgang durch ionisiertes, magnetisiertes Material bzw. Material, das von einem Magnetfeld durchsetzt ist.

Anwendung findet sich beispielsweise in der Astrophysik, in der Faraday-Rotation als Tracer zur Vermessung intergalaktischer Magnetfelder dient, in der Optik oder Plasmaphysik. Mit ihr kann man Rückschlüsse auf die Suszeptibilität von Materialien ziehen oder Trägerdichten von Halbleitern ermitteln (sofern die effektive Masse der Ladungsträger bekannt ist).

## **fr.2 Vorbereitung**

Zur Vorbereitung auf diesen Versuch sei auf die Literatur hingewiesen, einige wichtige Themen werden in Folgenden kurz wiederholt. Folgende Begriffe sollten vor Beginn des Experiments bekannt sein:

- Brechung, Beugung, Extinktion [3]
- Maxwellsche Gleichungen in Materie [1, 3]
- Linear, zirkular und elliptisch polarisiertes Licht [1, 2, 4]
- Gesetz von Malus [1, 2, 5]

### **fr.2.1 Literatur**

[1 ] D. Kühlke: Optik, Grundlagen und Anwendungen, 17 UH 5000 K95(2)

[2 ] F. S. Crawford, jr.: Berkeley Physik Kurs 3 S. 225 ff., UC 162 B512

[3 ] Bergmann/ Schaefer: Optics of Waves and Particles, Band 3, S. 439 ff., 84 UC 143 B499 E4-3

[4 ] R. W. Pohl: Optik und Atomphysik S. 114 ff., 84 UC 127 P748-3(12)

[5 ] W. Zinth/ U. Zinth: Optik, Lichtstrahlen-Wellen-Photonen S. 218 ff., 84 UH 5000 Z78

### fr.2.2 Brechungsindex

Die Brechzahl<sup>1</sup> stellt in der geometrischen Optik einen wichtigen Parameter dar, der das Verhalten einer elektromagnetischen Welle beim Auftreffen auf eine Grenzfläche zweier optischer Medien bestimmt. So beschreibt sie die Stärke der Brechung der Welle, also ihre Richtungsänderung, sowie ihr Reflexionsverhalten.

Darüber hinaus bestimmt die Brechzahl das Verhältnis zwischen Phasengeschwindigkeit von Licht im Vakuum  $c_0$  und ihrer Phasengeschwindigkeit im entsprechenden Medium  $c$ . Durch die Verringerung der Lichtgeschwindigkeit im Medium (z.B. Glas) erfährt das Licht eine Richtungsänderung: je höher die Brechzahl des Mediums, desto stärker wird die Lichtgeschwindigkeit herabgesetzt, desto stärker wird das Licht gebrochen.

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (\text{fr.1})$$

Die Brechzahl ist üblicherweise der Dispersion unterworfen, der Brechungsindex ist also von der Wellenlänge des Lichtes abhängig. In einem Glasprisma beispielsweise breitet sich rotes Licht schneller aus als blaues und wird entsprechend weniger stark gebrochen. Die Folge ist eine Auffächerung des Lichtstrahls in seine einzelnen Farben.

Die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge ist in erster Näherung<sup>2</sup> die erste Ableitung  $dn(\lambda)/d\lambda$ , dies ist die Dispersion der Phasengeschwindigkeit. Ihr Wert ist üblicherweise negativ, d.h. der Brechungsindex steigt mit abnehmender Wellenlänge - man spricht von *normaler Dispersion*. Im Gegensatz dazu gibt es in manchen Materialien bei Wellenlängen in der Nähe eines resonanten Absorptionsmaximum auch den Effekt eines mit steigender Wellenlänge steigenden Brechungsindex, d.h.  $dn(\lambda)/d\lambda > 0$ . Dies wird entsprechend mit *anomaler Dispersion* bezeichnet.

### fr.2.3 Polarisation von Licht

Für das elektrische und magnetische Feld einer ebenen, harmonischen Welle, die sich in  $z$ -Richtung ausbreitet gilt:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0) \quad (\text{fr.2})$$

$$\vec{B}(z, t) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0) \quad (\text{fr.3})$$

$\vec{E}_0$  und  $\vec{B}_0$  sind die Amplituden des elektrischen und magnetischen Feldes (sie stehen senkrecht auf der  $z$ -Richtung).  $\omega = 2\pi f$  ist die Kreisfrequenz,  $k = 2\pi/\lambda$  die Wellenzahl (mit  $k = \frac{\omega}{c}$ ) und  $\varphi_0$  die Anfangsphase der Welle.

Um die Wellenausbreitung in eine beliebige Richtung zu beschreiben, ordnet man der Wellenzahl einen Vektor  $\vec{k}$  zu, dessen Richtung die Ausbreitungsrichtung ist. Den Raumpunkt, in dem die Phase

---

<sup>1</sup>in der Literatur auch Brechungsindex genannt

<sup>2</sup>Abbruch der Taylor-Entwicklung nach dem ersten Glied

betrachtet wird, gibt man durch seinen Ortsvektor  $\vec{r}$  an.

Die Wellenflächen, die durch  $\vec{k}\vec{r} = \text{const.}$  festgelegt sind, sind also Ebenen, die senkrecht auf dem Wellenvektor  $\vec{k}$  stehen. Elektromagnetische Wellen sind daher Transversalwellen, die keine Symmetrie um die Fortpflanzungsrichtung aufweisen.

Für optisch isotrope Medien gilt, dass das elektrische Feld  $\vec{E}$  senkrecht zum Wellenvektor  $\vec{k}$  steht. Somit wird eine Ebene festgelegt, in der das  $\vec{E}$ -Feld schwingen kann. Um diese Schwingung beschreiben zu können zerlegt man das elektrische Feld (fr.2) in die  $x$ - und  $y$ -Komponente und erhält einen Vektor. Da dieser Vektor in  $z$ -Richtung zeigt, kann man eine beliebige ebene Welle schreiben als:

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y \quad (\text{fr.4})$$

mit

$$\vec{E}_x = E_{x0} \cos(\omega t - kz) \quad (\text{fr.5})$$

$$\vec{E}_y = E_{y0} \cos(\omega t - kz + \Psi) \quad (\text{fr.6})$$

$\vec{E}_x$  und  $\vec{E}_y$  sind die Komponenten der Amplitude der elektrischen Feldstärke.  $\Psi$  ist die Phasendifferenz zwischen den beiden Komponenten.

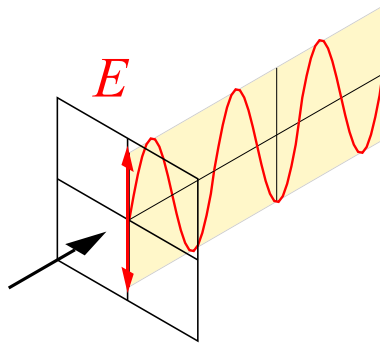
### 1. linear polarisiertes Licht

Man bezeichnet Licht als linear polarisiert, wenn die Schwingungsebene, also die Richtung des elektrischen Feldvektors, raumfest ist (siehe Abb. fr.1). Dies ist nach den Gleichungen (fr.5) und (fr.6) dann der Fall, wenn die Phasendifferenz zwischen beiden Komponenten  $\Psi = 0$  oder  $\Psi = \pi$  beträgt. Die Überlagerung zweier linear polarisierter Wellen mit senkrecht zueinander stehenden Schwingungsebenen, deren Phasendifferenz ein ganzzahliges Vielfaches von  $\pi$  beträgt, ergibt wieder eine linear polarisierte Welle. Jede Welle kann man sich aus der Überlagerung zweier beliebiger, linear polarisierter Wellen unterschiedlicher Phase entstanden denken.

### 2. zirkular polarisiertes Licht

Man erhält zirkular polarisiertes Licht, wenn beide Komponenten die gleiche Amplitude  $E_0 = E_{x0} = E_{y0}$  haben und die Phasendifferenz  $\Psi = \pm\pi/2$  beträgt. Für  $\Psi = +\pi/2$  erhält man rechtszirkular polarisiertes Licht ( $\sigma^+$ ), da sich der  $\vec{E}$ -Feldvektor bei Beobachtung an einem festen Ort (z.B.  $z = 0$ ) in Fortpflanzungsrichtung im Uhrzeigersinn dreht. Ist  $\Psi = -\pi/2$ , so bildet das elektrische Feld eine Linksschraube. Eine solche Welle bezeichnet man als linkszirkular polarisiert ( $\sigma^-$ ).

*Hinweis: Die Definitionen für links- und rechtszirkular polarisiert werden in der Literatur nicht einheitlich verwendet.*



**Abbildung fr.1:** Linear polarisierte elektromagnetische Welle: die Ausbreitung erfolgt in einer Ebene, die durch den E-Feldvektor definiert ist.

### 3. elliptisch polarisiertes Licht

Sowohl linear als auch zirkular polarisiertes Licht sind Spezialfälle des elliptisch polarisierten Lichts, dessen resultierender elektrischer Feldvektor  $\vec{E}$  sowohl rotiert als auch seinen Betrag ändert. Elliptisch polarisiertes Licht entsteht speziell, wenn die senkrecht zueinander schwingenden Komponenten des elektrischen Feldes bei einer Phasendifferenz  $\Psi = \pm\pi/2$  unterschiedliche Amplituden  $E_{x0}$  und  $E_{y0}$  haben oder wenn bei gleichen Amplituden die Phasendifferenz  $0 < \Psi < \pi/2$  beträgt.

## fr.2.4 Optische Modulatoren

Materialien, die aufgrund äußerer elektrischer oder magnetischer Felder ihren Brechungsindex verändern, finden als optische Modulatoren Anwendung. Durch das Steuern der Brechzahl des optischen Mediums können Polarisation und Phase eines Lichtfelds manipuliert werden, so dass trägheitslos und ohne Zutun mechanischer Bauteile Frequenz, Amplitude, Phase oder Strahlrichtung beeinflusst werden können.

## fr.2.5 Faraday Rotation

Unter dem Effekt der Faraday-Rotation versteht man die Tatsache, dass die Ebene einer linear polarisierten, elektromagnetischen Welle, die ein Medium (z.B. Glas) durchläuft, durch den Einfluss eines zur Ausbreitungsrichtung parallelen Magnetfelds gedreht wird. Der Drehwinkel ist hierbei proportional zur Größe des longitudinalen Feldes  $B$

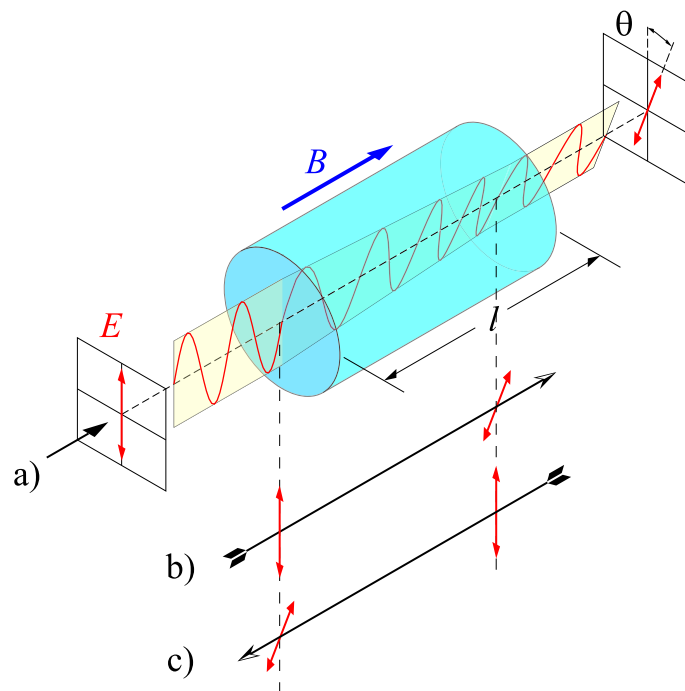
$$E' = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} E \text{ mit } \alpha = V \cdot B \cdot \ell \quad (\text{fr.7})$$

wobei  $V$  die sog. *Verdet*-Konstante in der Einheit ( $[V] = \text{m}^{-1}\text{T}^{-1}$  ist,  $B$  die magnetische Feldstärke und  $\ell$  die Kristalllänge.

Die Magnetisierung eines solchen Kristalls bewirkt entsprechend unterschiedliche Brechungsindizes auf links- bzw. rechtszirkular polarisiertes Licht:

$$n_{\pm} = n_0 \pm V \cdot B \cdot \ell / 2\pi \quad (\text{fr.8})$$

Allgemein gilt, dass diese Art der Polarisationsumwandlung irreversibel ist, eine "Rücktransfor-



**Abbildung fr.2:** Faraday-Rotation: die Ebene des linear polarisierten Lichtes wird im vom Magnetfeld durchsetzten Medium gedreht a) und b); bei Richtungsumkehr der Lichtpropagation wird die Ebene in die andere Richtung gedreht: eine Rücktransformation ist daher nicht möglich c)

tion"wie bei der Verwendung von  $\lambda/2$ - oder  $\lambda/4$ -Plättchen ist nicht möglich. Ein Faraday-Rotator eignet sich daher zum Bau optischer Isolatoren.

## fr.2.6 Intensitätsmodulation durch Polarisation

Licht, das sich in  $z$ -Richtung ausbreitet und entlang der  $x$ -Achse linear polarisiert ist, lässt sich beschreiben mit

$$E_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} A_0 \exp(-i\omega t + ikz), \quad (\text{fr.9})$$

Gasförmig bei $T = 0^\circ\text{C}$ , $p = 1\text{bar}$		flüssig bei $T = 20^\circ\text{C}$		fest bei $T = 20^\circ\text{C}$	
H <sub>2</sub>	$6,3 \cdot 10^6$	H <sub>2</sub> O	$1,309 \cdot 10^2$	KCl	$2,75 \cdot 10^2$
He	$0,4 \cdot 10^6$	D <sub>2</sub> O	$1,257 \cdot 10^2$	KBr	$4,25 \cdot 10^2$
N <sub>2</sub>	$6,5 \cdot 10^6$	Methanol	$0,958 \cdot 10^2$	CaF <sub>2</sub>	$0,88 \cdot 10^2$
O <sub>2</sub>	$5,69 \cdot 10^6$	Aceton	$1,116 \cdot 10^2$	SiO <sub>2</sub>	$1,421 \cdot 10^2$
CO <sub>2</sub>	$9,39 \cdot 10^6$			Flintglas	$9,7 \cdot 10^2$
Luft	$6,27 \cdot 10^6$			Kronglas	$11 \cdot 10^2$
NO	$-58 \cdot 10^6$			NH <sub>4</sub> Fe-Glas	$-0,06 \cdot 10^2$

**Tabelle fr.1:** Verdet-Konstanten in gasförmigen, flüssigen und festen Medien

wobei  $A_0$  die Amplitude des elektromagnetischen Felds darstellt. Nach der Probe ist die Polarisationssebene gedreht um

$$E = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} A_0 \exp(-i\omega t + ikz), \quad (\text{fr.10})$$

d.h. Licht geht durch den Analysator, der gegenüber dem Polarisator um den Winkel  $\phi$  gedreht ist:

$$E = \begin{pmatrix} \cos(\phi - \theta) \cos \theta \\ \cos(\phi - \theta) \sin \theta \end{pmatrix} A_0 \exp(-i\omega t + ikz). \quad (\text{fr.11})$$

Für die Intensität am Detektor gilt entsprechend

$$I = \cos^2(\phi - \theta) A_0^2. \quad (\text{fr.12})$$

### Verdet-Konstanten

Die Verdet-Konstante ist material- und wellenlängenabhängig, typische Werte (für  $\lambda = 589\text{nm}$ ) sind in Tabelle fr.2.6 angegeben. Die typischen Einheiten sind  $\frac{\text{Winkelminuten}}{\text{Tm}}$  bzw.  $\frac{\text{Radian}}{\text{Tm}}$ .

Die Verdet-Konstante des verwendeten SF-59 Glases beträgt  $23 \frac{\text{rad}}{\text{Tm}}$



### **fr.3 Fragen und Aufgaben zur Vorbereitung**

1. Welche Anwendungsbeispiele für Optische Modulatoren können Sie sich vorstellen?
2. Leiten Sie aus Gl. (fr.2.6) her, welcher Winkel Analysator - Polarisator für die Verdet-Messungen am sinnvollsten sind.
3. Wie erhält man aus Wertepaaren von Spulenstrom und Spannung am Detektor die Verdet-Konstante in einem Aufbau, der dem in Durchführungsaufgabe 5 entspricht?  
Gehen Sie hierbei insbesondere darauf ein, wie Sie aus den gemessenen Wertepaaren die Größen: Magnetische Flussdichte im Medium, Intensität am Detektor, und Drehung der Polarisationsrichtung innerhalb des Medium berechnen können. Geben Sie außerdem zu den genannten Größen jeweils deren Einheiten an.
4. Erklären Sie anhand zirkular polarisierter elektromagnetischer Wellen die Faraday-Rotation.

## fr.4 Durchführung

Im vorliegenden Versuch soll zunächst die Homogenität des Magnetfeldes sowie der Kalibrierungsfaktor der Spule ermittelt werden. Anschließend wird auf zwei unterschiedliche Methoden der Verdet-Faktor für SF-59 - Glas bestimmt.

### Spulendaten

- $l = 150\text{mm}$
- 140 Wicklungen in 10 Lagen
- DC-Widerstand:  $2.6\Omega$
- Kalibration (Herstellerangabe):  $B = 11.1 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot I$
- Strombelastbarkeit:  $I_{\text{max}}=3\text{A}$  (kurzzeitig  $I_{\text{max}}^{t<15\text{s}}=8\text{A}$  - auf Wärmeentwicklung achten!)

### Lichtquelle

- Halbleiterlaser
- $\lambda = 650\text{nm}$
- $P = 3\text{mW}$
- Laserstrahl ist linear polarisiert

### Detektor

Als Detektor wird eine empfindliche Photodiode benutzt. Diese Diode ist eine Stromquelle, der Strom wird über einen Reihenwiderstand<sup>3</sup> ( $1\text{k}\Omega$ ,  $3\text{k}\Omega$  oder  $10\text{k}\Omega$ ) in eine Spannung (BIAS) umgesetzt, die proportional zur einfallenden Lichtintensität ist.

**Achtung:** BIAS muss stets kleiner gleich  $0.3\text{ V}$  sein, anderenfalls gerät der Detektor in Sättigung und die Kennlinie wird nichtlinear. (Tipp: zu erwartendes Maximum einstellen, dann den passenden Widerstand so wählen, dass das Signal unter  $0.3\text{V}$  liegt).

### Probe FR1-A

- Durchmesser:  $5\text{mm}$
- Länge  $\ell = 10\text{cm}$
- Material: SF-59

---

<sup>3</sup>„load resistor“

### fr.4.1 Aufgaben

#### 1. Bestimmung der Spulenhomogenität

Bestimmen Sie bei festem Spulenstrom die Homogenität des Magnetfeldes in der Spule. Entfernen Sie hierzu den Laser und die Probe. Bestimmen Sie das Magnetfeld in festen Abständen und skizzieren Sie die räumliche Homogenität.

**Hinweis:** Aus- und Einbau der Probe ausschließlich durch den Betreuer!

#### 2. Kalibrierung der Spule

Messen Sie in der Mitte der Spule  $f(B)$  für  $0 \dots I_{\text{Spule}} \dots 3\text{A}$  und bestimmen Sie daraus graphisch den Kalibrierungsfaktor (Herstellerangabe:  $B = 11.1 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \cdot I$ )

#### 3. Bestimmung der Polarisierung der Lichtquelle

Bauen Sie den Laser wieder auf und justieren Sie Laser und Analysator, so dass der Rückreflex in sich selbst zurückfällt. Ist dies schwer umzusetzen, stellen Sie ihn so ein, dass der Detektor eine möglichst hohe Intensität misst.

Gehen Sie sehr vorsichtig mit dem empfindlichen Aufbau um!

Schalten Sie den Laser ein und beobachten Sie die Detektorspannung. Drehen Sie nun den Analysator und bestimmen Sie die Winkel für Maximum und Minimum der einfallenden Lichtintensität.

#### 4. Das Gesetz von MALUS

Verifizieren Sie das Gesetz von MALUS  $I = I_0 \cos^2(\Delta\phi)$ , indem Sie die Intensität als Funktion von  $\Delta\phi$  messen.

Tragen Sie die Abhängigkeiten einmal mit normierten Daten (max=1, min=0) auf und einmal linearisiert, indem Sie das Gesetz von Malus nach  $\Delta\phi$  auflösen. Fitten Sie beide Auftragungen mittels QtiPlot, um deren Abweichung von den erwarteten Ergebnissen abzuschätzen. Vergleichen Sie außerdem beide Auftragungsmethoden untereinander.

#### 5. Bestimmung der Verdet-Konstanten des SF-59 Glases bei $\phi = 45^\circ$

Setzen Sie die Probe in die Spule ein.

**Hinweis:** Aus- und Einbau der Probe ausschließlich durch den Betreuer!

Drehen Sie den Analysator so, dass der Winkel zwischen Analysator und Polarisator  $45^\circ$  beträgt. (Frage: warum wird speziell dieser Winkel benutzt?)

Messen Sie die Signalabhängigkeit vom Magnetfeld  $-5A \dots I_{\text{Spule}} \dots + 5A$ . Achten Sie bei Strömen über 3 A auf sehr kurze Messzeiten um die Spule nicht zu überlasten! Da zu erwarten ist, dass der Effekt der Faraday-Rotation sehr klein ist, empfiehlt sich folgende Vorgehensweise:

- a) Beobachten Sie bei  $-B$ , dann bei  $B = 0$  die Detektorspannung, dann bei  $+B$  (d.h. Kabel umstecken). Was erwarten Sie und wie ist das Ergebnis?
- b) Ändern Sie den Betrag von  $B$  in 0.3 A-Schritten. Messen Sie hierbei den Strom, welcher durch die Spule fließt mittels Multimeter!
- c) Ermitteln Sie mit Hilfe des Gesetzes von MALUS die Faraday-Rotation  $\Delta\phi$  und tragen Sie sie gegen das Magnetfeld auf.
- d) Bestimmen Sie aus 5c) die Verdet-Konstante

Achten Sie immer darauf, dass der Spannungsfall über dem load resistor stets unter 0.3V bleibt!

#### 6. Bestimmung der Verdet-Konstanten des SF-59 Glases „mit Drehen“

Es wird die Drehung des E-Feld-Vektors durch Drehen des Analysators direkt überprüft:

- a) Stellen Sie wie zuvor den Analysator auf  $45^\circ$  gegen den Polarisator
- b) Messen Sie die Intensität für  $B = 0$  bei  $45^\circ$ . Verdrehen Sie den Polarisator, stellen Sie nun den Spulenstrom so ein, dass der Wert für  $45^\circ$  und  $B = 0$  wieder erreicht ist. Notieren Sie sich das Wertepaar. (Hinweis: die Winkel sind sehr klein, wählen Sie also die Schrittweite so klein wie möglich. Begrenzender Faktor ist hierbei die Ablesegenauigkeit.)
- c) Führen Sie die Messung im Bereich von  $-5A \dots I_{\text{Spule}} \dots + 5A$  durch.
- d) Tragen Sie den Faraday Winkel gegen das Magnetfeld auf.
- e) Bestimmen Sie aus 6d) die Verdet-Konstante

Achten Sie immer darauf, dass der Spannungsfall über dem load resistor stets unter 0.3V bleibt!