Modulprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Studienschwerpunkt Finanzmarkttheorie

10 Kreditpunkte, Bearbeitungsdauer: 150 Minuten

WS 2004/05, 7.3.2005

Prof. Dr. Lutz Arnold

A	B1	B2	B3	$\sum$

Bearbeiten Sie alle <u>**acht**</u> **Aufgaben A1-A8** <u>**und zwei der drei**</u> **Aufgaben B1-B3!** In den Aufgaben **A1-A8** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar. Tragen Sie die Lösungen zu den Aufgaben A1-A8 bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein. In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen. Ein nicht-programmmierbarer Taschenrechner ist als Hilfsmittel zugelassen.

A1: Erwartungsnutzen Betrachten Sie ein Individuum mit Nutzenfunktion $u(x) = x - 0,05x^2$ und die folgende Lotterie:

x	1	5	9
W'keit	1/3	1/3	1/3

.

(a) Berechnen Sie den Erwartungswert $E(x)$ der Lotterie und den Nutzen $u[E(x)]$ dieses Erwartungswerts. (b) Berechnen Sie den Erwartungsnutzen. (c) Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse. Welcher allgemeinere Sachverhalt spiegelt sich hier wider? (d) Berechnen Sie auf zwei Nachkommastellen genau die sichere Zahlung S, die den gleichen Erwartungsnutzen stiftet wie die Lotterie. (e) Zeigen Sie, dass der Grenznutzen $u'(x)$ für alle betrachteten x positiv ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Arrow securities Es gibt zwei Zustände: $\theta = 1$ (Regen) und $\theta = 2$ (Sonnenschein). Die Arrow-security für Zustand 1 kostet $p_1 = €0,50$, die für Zustand 2 kostet $p_2 = €0,40$. Wenn es regnet ($\theta = 1$), kostet ein Schirm ($p^{spot}_{Schirm,1} =$) €10. Wenn die Sonne scheint ($\theta = 2$), kostet ein Eis ($p^{spot}_{Eis,2} =$) €1. Bei Regen lässt sich kein Eis verkaufen, bei Sonne keine Schirme. (a) Wie hoch ist der Terminmarktpreis $p_{Schirm,1}$ von Schirmen für den Fall, dass es regnet? (b) Wie hoch ist der Terminmarktpreis $p_{Eis,2}$ für den Fall, dass die Sonne scheint? (c) Wie hoch ist der Wert q^k eines Unternehmens, das 100 Schirme verkaufen kann? (d) Wie hoch ist der Wert eines Unternehmens, das 1000 Stück Eis verkaufen kann? (e) Zu welchen Preis p_b wird ein Bond gehandelt, das in beiden Zuständen €1 auszahlt?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Tauschökonomie mit Unsicherheit Betrachten Sie die Tauschökonomie unter Unsicherheit. (a) Wie lauten die Formeln, die die Bedingungen für Pareto-Optimalität angeben (Herleitung nicht notwendig)? (b) Wie lautet die Budgetrestriktion von Konsument i bei Vorliegen von Terminmärkten? (c) Wie lauten dann die Bedingungen für Nutzenmaximierung (Herleitung nicht notwendig)? Woran sieht man, dass das Marktgleichgewicht mit Terminmärkten Pareto-optimal ist? (d) Wie lauten die Budgetbeschränkungen, wenn es keine Terminmärkte gibt, aber Finanzmärkte, auf denen Arrow securities gehandelt werden? (e) Eliminieren Sie x^i_θ aus diesen Budgetrestriktionen. Für welche Preise stimmt die resultierende Budgetrestriktion mit der aus Aufgabenteil (b) überein? Was bedeutet das für die Effizienz des Marktgleichgewichts mit Arrow securities?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: White noise und Random walk Betrachten Sie eine Zufallsvariable ϵ, die im Intervall $[-1, 1]$ gleichverteilt ist ($h(\epsilon) = 1/2$ für $-1 \leq \epsilon \leq 1$). (a) Zeigen Sie: $\int_{-1}^{1} h(\epsilon) d\epsilon = 1$. (b) Zeigen Sie: $E(\epsilon) = 0$. (c) Konstruieren Sie aus ϵ eine Zufallsvariable ε_t, die einem Random walk folgt. (d) Zeigen Sie, dass $\varepsilon_{t+1} = \varepsilon_t + \epsilon^2$ kein Random walk ist. (Wie groß ist die erwartete Änderung von ε_t?) (e) Welche Annahmen an das Anlegerverhalten muss man machen, damit sich als gleichgewichtiger Aktienkurs ein Random walk ergibt?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Noise und Bubbles Betrachten Sie bei einem so kurzen Zeithorizont, dass Zinsen und Dividenden keine Rolle spielen, eine Aktie mit Kurs Q_t. Die Anleger sind risikoneutral. (a) Wie lautet die (Arbitrage-) Gleichung, die ein gleichgewichtiger Aktienkurs erfüllen muss? (b) Zeigen Sie: Addiert man zu einem gleichgewichtigen Kurs Q_t einen Random walk B_t („Noise“), dann erhält man ebenfalls einen Gleichewichtskurs. (c) Konstruieren Sie eine „Bubble“ B_t. (d) Zeigen Sie, dass diese Bubble ein Random walk (im weiteren Sinne) ist. (e) Um wie viel Prozent wächst die Bubble aus Aufgabenteil (c) pro Periode, wenn ihre „Platz-Wahrscheinlichkeit“ 1/3 ist?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Fundamentaler Interessenkonflikt Betrachten Sie zwei Investitionsprojekte 1 und 2. Für beide muss Kapital in Höhe von $B = 1.000$ eingesetzt werden. Der Marktzins sei $r = 10\%$, und das Unternehmen verfüge über Sicherheiten im Umfang von $S = 100$. Projekt 1 gelingt mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 95\%$ und erbringt dann den Ertrag $R_1 = 1.200$. Projekt 2 gelingt mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 90\%$ und liefert dann $R_2 = 1.266,67$. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte keinen Payoff. (a) Berechnen Sie die erwarteten Payoffs der beiden Projekte. Welches Projekt ist unter diesem Gesichtspunkt vorzuziehen? (b) Berechnen Sie die erwarteten Gewinne $E(\pi_1^{KN})$ und $E(\pi_1^{KG})$ von Kapitalnehmer und Kapitalgeber aus Projekt 1. (c) Berechnen Sie die erwarteten Gewinne $E(\pi_2^{KN})$ und $E(\pi_2^{KG})$ von Kapitalnehmer und Kapitalgeber aus Projekt 2. (d) Wie unterscheiden sich die Gewinne der beiden Vertragsparteien zwischen den beiden Projekten? (e) Welchen allgemeineren Sachverhalt spiegelt das wider?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A7: Kreditrationierung Betrachten Sie das Stiglitz-Weiss-Modell zu adverser Selektion ohne Mikro-Fundierung. Die Ersparnis in Abhängigkeit vom Kreditzins sei

$$S[i(r)] = \begin{cases} 100r - 4; & \text{für } 4\% \leq r \leq 10\% \\ 60r - 5; & \text{für } 10\% < r \leq 25\% \end{cases} .$$

Die Investitionsfunktion laute:

$$I(r) = \begin{cases} 8; & \text{für } r \leq 10\% \\ 4; & \text{für } 10\% < r \leq 25\% \end{cases} .$$

(a) Illustrieren Sie den Kreditmarkt anhand eines Diagramms mit r an der waagerechten Achse und S und I an der senkrechten Achse. (b) Wie hoch sind Kapitalangebot und -nachfrage bei $r = 10\%$? (c) Bei welchem Zins $r > 10\%$ gilt $S = I$? Argumentieren Sie, dass bei $r = 10\%$ Kreditrationierung vorliegt, indem Sie begründen, (d) warum r nicht marginal über 10% hinaus steigt und (e) auch nicht auf das markträumende Niveau aus Aufgabenteil (c). In welchem Umfang liegt gleichgewichtige Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A8: Moral hazard und langfristige Beziehungen Es gibt $N = 1.000$ Unternehmen, die jeweils zwischen zwei Projekten wählen. Beide Projekte setzen einen Input $B = 100$ voraus. Projekt 1 liefert $R_1 = 122,22$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 0,9$ und sonst nichts. Projekt 2 liefert keine monetären Payoffs, aber einen sicheren Nutzen $R^f = 50$ für die Unternehmen. Die Unternehmen diskontieren mit Rate $\rho = 0,05$. Die Kapitalangebotsfunktion lautet $S(i) = 408.248,41\sqrt{i}$. (a) Zeigen Sie, dass der Kapitalmarkt ohne wiederholte Bank-Kunde-Beziehungen nicht funktioniert. (b) Stellen Sie die Nullgewinnbedingung für Banken auf. Setzen Sie sie in die Gewinnfunktion der Unternehmen bei Durchführung von Projekt 1 ein, so dass Sie $E(\pi_1^{KN})$ in Abhängigkeit von i erhalten. (c) Berechnen Sie den Kapitalwert der erwarteten Gewinne $E(\pi_1^{KN})$, wenn bis in alle Zukunft Projekt 1 realisiert wird. (d) Für welche i ziehen die Unternehmen Projekt 1 vor? Wie lautet demnach die Nachfrage $I(i)$ nach Kapital für Projekt 1? (e) Berechnen Sie die gleichgewichtigen Zinssätze i und r.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Stock market economy

Betrachten Sie die Stock market economy aus der Vorlesung mit der dort eingeführten Notation. $e^i_{j\theta}$ ist wie folgt definiert:

$$e^i_{j\theta} \equiv \sum_{k=1}^{K} \bar{t}^{ik} y^k_{j\theta}.$$

(a) Das Maximierungsproblem, das Pareto-effiziente Allokationen liefert, ist das gleiche wie in der Tauschökonomie, wenn

$$\sum_{i=1}^{I} (e^i_{j\theta} - x^i_{j\theta}) = 0, \qquad \forall j, \theta$$

ist. Zeigen Sie mit Hilfe der Definition in der Aufgabenstellung, dass diese Bedingung erfüllt ist.

(b) Welche Märkte gibt es im ersten Zeitpunkt? Wie lauten die Budgetrestriktionen der Konsumenten i?

(c) Welche Märkte gibt es im zweiten Zeitpunkt? Wie lauten nun die Budgetrestriktionen der Konsumenten i?

(d) Wie hoch ist der Unternehmenswert q^k von Firma k?

(e) Zeigen Sie, dass wie in der Tauschökonomie

$$p_0(e^i_0 - x^i_0) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{j=1}^{J} (p_\theta p^{spot}_{j\theta})(e^i_{j\theta} - x^i_{j\theta}) = 0$$

gilt.

(f) Was folgt aus Ihren Antworten zu den Aufgabenteilen (a) und (e) für die Effizienzeigenschaften des Marktgleichgewichts in der Stock market economy? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe B2: Vollkommener Kapitalmarkt

(a) Erläutern Sie mit je einem Satz die Annahmen des Modells hinsichtlich: (aa) des Kapitaleinsatzes und der Payoffs der Projekte, (ab) der Unterschiede im Risiko zwischen verschiedenen Projekten j, (ac) der Möglichkeiten zur Diversifikation, (ad) der Informationsverteilung, (ae) der Investitionsentscheidung der Unternehmen und (af) der Kapitalangebotsfunktion.

(b) Wie lautet die Bedingung für Nullgewinne für die Kapitalgeber? Was folgt daraus für die Zinsen, die von Unternehmen aus verschiedenen Risikoklassen verlangt werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Eliminieren Sie r aus der Formel aus Aufgabenteil (ac), indem Sie die Gleichung aus Aufgabenteil (b) verwenden. Welche Investitionsprojekte werden durchgeführt?

(d) Wie lautet die Kapitalnachfragefunktion $I(i)$ in Abhängigkeit vom Einlagenzins i? Erklären Sie sie.

(e) Illustrieren Sie anhand einer Grafik ein Kapitalmarktgleichgewicht, in dem alle Investitionsprojekte durchgeführt werden. Welche Annahme müssen Sie dafür treffen?

Aufgabe B3: Costly state verification

Betrachten Sie eine Firma ohne eigenes Kapital, die ein Investitionsprojekt mit Input 1 und unsicherem Ertrag R (Verteilungsfunktion $H(R)$) realisieren kann. Der Kapitalgeber muss γ Einheiten Output aufbringen, um R beobachten zu können (costly state verification). Der optimale Finanzkontrakt zwischen Kapitalgeber und Firma legt eine Rückzahlung von $1+r$ fest, bei der keine Kontrolle erfolgt. Zahlt die Firma $1+r$ nicht, so wird kontrolliert, und der Kapitalgeber erhält $x(R)$.

(a) Wie sehen die jeweiligen Auszahlungen der Firma und des Kapitalgebers unter obigem Finanzkontrakt aus? Benutzen Sie eine Tabelle.

(b) Wann bedient die Firma den Finanzkontrakt ordnungsgemäß? Wann nicht?

Bezeichne die Menge der Payoffs R, bei denen die Firma Konkurs erklärt, mit D und die Menge der anderen Payoffs R mit S.

(c) Wie sieht ein Standard-Schuldvertrag aus? Fertigen Sie auch eine Grafik an.

(d) Welche Gleichung muss gelten, wenn der Kapitalgeber eine Rendite von ρ verlangt?

(e) Wie lautet die erwartete Auszahlung der Firma (Erwartungsnutzen) U?

(f) Addieren Sie die Gleichungen aus den Aufgabenteilen (d) und (e). Erläutern Sie Ihr Ergebnis.

(g) Begründen Sie jetzt, warum der optimale Finanzkontrakt (der U maximiert) ein Standard-Schuldvertrag ist.

Kapitalmarkttheorie WS 2004/05