Bachelor-Kursprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

SS 2013

12.8.2013

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vorname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	$\sum$

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6**
  <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Versteckte Eigenschaften und Kreditrationierung Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können $N_1 = 425$ Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 250$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 80\%$ liefert. $N_2 = 575$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 315{,}67$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 60\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 180$ voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten $S = 136$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 2.500.000\, i$.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne $E(\pi_j^{KN})$ für die Kapitalnehmer?

(b) Berechnen Sie die Zinssätze r_1 und r_2, bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.

(c) Berechnen Sie die Renditen $i(r_1)$ und $i(r_2)$ auf Kapital bei den beiden Zinssätzen aus Aufgabenteil (b).

(d) Skizzieren Sie das Kapitalmarktgleichgewicht in der üblichen Grafik.

(e) Wie hoch ist der Gleichgewichtstzins? In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Aktienfinanzierung $N_1 = 200$ Unternehmen können das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 10$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 90\%$ liefert. $N_2 = 200$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 15$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 60\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 8$ voraus. Es liegt asymmetrische Information vor. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 256.000i$. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung von B einen Anteil s an den Erträgen des Projekts (die Firmen haben ohne das Projekt keinen Wert).

(a) Wie lauten die erwarteten Firmengewinne $E(\pi_j^{KN})$? Für welche s fragen die Firmen Kapital nach?

(b) Wie lauten $E(\pi_j^{KG})$ und $i(s)$?

(c) Berechnen Sie $i(1)$ und $S[i(1)]$. Reicht das Kapitalangebot bei $s = 1$ aus, um alle Investitionen zu finanzieren?

(d) Berechnen Sie den markträumenden Wert von s.

(e) Illustrieren Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Moral hazard 40 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz $B = 15$. Projekt 1 liefert mit 85% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von $R_1 = 20$, Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% eine Auszahlung von $R_2 = 20{,}83$. Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 25.000\, i$.

(a) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 1 in Abhängigkeit vom Kreditzins r?

(b) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 2?

(c) Berechnen Sie den Zinssatz r_1 (in Prozent ohne Nachkommastellen), oberhalb dessen die Kapitalnehmer riskant investieren. Berechnen Sie auch den Zinssatz r_2, bei dem $E(\pi_2^{KN}) = 0$ ist. Zeigen Sie, dass die zugehörige Rendite $i(r_2)$ negativ ist.

(d) Berechnen Sie die Rendite $i(r_1)$ (in Prozent ohne Nachkommastellen), die beim Zinssatz aus Aufgabenteil (c) erwirtschaftet wird. Wie hoch ist das Kapitalangebot beim Kreditzins r_1? Wie hoch ist die Kapitalnachfrage?

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Staatsbankrott (a) Sei I_t die Kapitalaufnahme eines Landes im Ausland in t. Wie lauten die Netto-Zahlungen des Landes ans Ausland (d.h. Schuldendienst minus Neuschulden)?

(b) I_t habe ein Maximum. Zu welchem Zeitpunkt lohnt ein Default sicher?

(c) Nach einem Default in T kann das Land Auslandsvermögen aufbauen, das sich gemäß $A_{T+t+1} = (1 + r_{T+t})A_{T+t} + (1 + r_{T+t})I_{T+t} - I_{T+t+1}$ entwickelt. Argumentieren Sie, dass

$$A_{T+t} = \left[\prod_{\tau=T}^{T+t}(1 + r_{\tau-1})\right] I_{T-1} - I_{T+t}$$

für $t = 0$ gilt.

(d) Beweisen Sie, dass die Formel aus Aufgabenteil (c) für $t + 1$ gilt, wenn sie für t gilt.

(e) Zeigen Sie, dass $A_{T+t} > 0$ ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Kapitalmarkteffizienz Sei Q_t ein Random walk: $Q_{t+1} = Q_t + \varepsilon_{t+1}$ mit $E_t \varepsilon_{t+1} = 0$.

(a) Wie hängt Q_t von den „Schocks“ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ ab?

(b) Berechnen Sie die „beste Prognose“ $E_0(Q_t)$ für den Wert Q_t.

(c) Wie lautet die Gleichgewichtsbedingung für den Markt, auf dem eine Aktie zum Kurs Q_t gehandelt wird, die Dividenden D_t zahlt?

(d) Unter welchen zusätzlichen Annahmen ist Q_t näherungsweise ein Random walk? Begründen Sie Ihre Antwort.

(e) Berechnen Sie den Fundamentalwert für den Fall konstanter Dividenden D.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Grenzen der Arbitrage Eine Aktie zahlt in $t = 1$ eine Dividende $D_1 = 53$ und danach keine Dividenden mehr. Der sichere Zins ist $i = 6\%$. Es sind $N = 1.000$ Aktien in Umlauf. Noise trader investieren unabhängig vom Kurs $x = 60.000$ in die Aktie.

(a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs F der Aktie in $t = 0$? Wie hoch ist die Marktkapitalisierung bei fundamentaler Bewertung?

(b) Wie hoch ist der Kurs Q_0, wenn die Arbitrageure s Aktien leer verkaufen (und keine Aktien kaufen)?

(c) Welche Aktion der Arbitrageure ist notwendig für eine fundamentale Bewertung der Aktie?

(d) Angenommen, die Arbitrageure können maximal $\bar{s} = 111{,}11$ Aktien shorten. Wie hoch sind s und Q_0 im Gleichgewicht?

(e) Wie hoch sind s und Q_0 im Gleichgewicht, wenn die Arbitrageure stattdessen $\bar{s} = 250$ Aktien shorten können?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Zwei-Preis-Gleichgewicht Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben (für Risikoklasse 2 kleiner als für Risikoklasse 1) und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j|\, r \leq r_j)$? Erklären Sie, wie sie sich ändert, wenn r steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG}|\ r \leq r_j) = E(p_j|r \leq r_j)[(1 + r)B - S] + S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r)$ das globale Maximum bei r_2 erreicht.

(d) Die Kapitalangebotsfunktion sei $S(i)$. Wie lautet die Bedingung dafür, dass das Angebot groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?

(e) Welche Bedingung müssen das Kapitalangebot bei r_1 (d.h. $S[i(r_1)]$) und die Kapitalnachfrage erfüllen, damit es zu einem Zwei-Preis-Gleichgewicht kommt? Illustrieren Sie Ihre Antwort anhand einer Skizze.

(f) Erklären Sie mit einem Satz, warum kein Gleichgewicht vorliegt, wenn das gesamte angebotene Kapital zum Zins r_1 vergeben wird (keine „reine“ Kreditrationierung).

(g) Wie ist der Zins $\tilde{r}_1$ definiert? Markieren Sie $\tilde{r}_1$ in der Grafik aus Aufgabenteil (e). Wie hoch ist die Restnachfrage bei $\tilde{r}_1$, wenn die Kreditvergabe bei r_1 durch $\tilde{S}$ gegeben ist? Wie hoch ist das Restangebot? Berechnen Sie den Wert von $\tilde{S}$, bei dem Restnachfrage und Restangebot gleich groß sind.

(h) Erklären Sie, warum es im Zwei-Preis-Gleichgewicht für die Kapitalgeber keinen Gewinn erbringt, entweder mit einem Zins $r < \tilde{r}_1$ außer r_1 oder mit einem Zins $r > \tilde{r}_1$ abzuweichen.

Aufgabe B2: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit N Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R-1$ (> 0). Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L-1$ (< 0). Es gilt $N > \frac{2}{1-L}$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils $\frac{1}{2}$ ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben und einer Verzinsung $R-1$ bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt First come, first served.

(a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation? Über wie viele Mittel verfügt sie in Zeitpunkt 2 bei kompletter Liquidation der langfristigen Anlage?

(b) Wann heben die Ungeduldigen ab? Warum?

(c) Nehmen Sie zunächst an, dass die geduldigen Einleger erwarten, dass die jeweils anderen Geduldigen spät abheben. Argumentieren Sie, dass die Geduldigen spät abheben, und zwar unabhängig davon, ob $\frac{1}{L} \leq \frac{N}{2}$ oder $\frac{1}{L} > \frac{N}{2}$ ist. Welche Strategienkombination ist demnach ein Nash-Gleichgewicht?

(d) Nehmen Sie nun an, dass die geduldigen Einleger erwarten, dass die jeweils anderen Geduldigen früh abheben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein Einleger dann seine versprochene Auszahlung, wenn er versucht, früh abzuheben? Zeigen Sie, dass die Mittel der Bank selbst bei kompletter Liquidation der langfristigen Anlage nicht ausreichen, um alle bis auf einen Einleger früh zu bedienen. Welche Strategienkombination bildet demnach ein Bank-run-Gleichgewicht?

(e) Betrachten Sie nun einen optimalen Einlagenkontrakt mit Abhebung i_2 in Zeitpunkt 2 oder i_3 in Zeitpunkt 3. Wie lauten die beiden Gleichungen, die die Verzinsungen i_2 und i_3 in Beziehung setzen zu den langfristigen Investitionen I, die man benötigt, um ohne Liquidation früh die Ungeduldigen und spät die Geduldigen zu bedienen? Eliminieren Sie hieraus I, um einen Zusammenhang zwischen i_2 und i_3 zu erhalten.

(f) Sei die Nutzenfunktion der Einleger $U(c) = \ln c$. Zeigen Sie, dass Erwartungsnutzenmaximierung $i_2 = 0$ und $i_3 = R - 1$ liefert.