

# Bachelor-Kursprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

WS 2013/14

3.3.2014

Prof. Dr. Lutz Arnold

<i>Bitte gut leserlich ausfüllen:</i> <b>Name:</b> <b>Vorname:</b> <b>Matr.-nr.:</b>	<i>Wird vom Prüfer ausgefüllt:</i> <table border="1"><tr><td>A</td><td>B1</td><td>B2</td><td><math>\Sigma</math></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	A	B1	B2	$\Sigma$				
A	B1	B2	$\Sigma$						

- **Bearbeiten Sie alle sechs Aufgaben A1-A6 und eine der zwei Aufgaben B1-B2!**
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

**A1: Vollkommener Kapitalmarkt** In einem Kapitalmarkt sind (ein Kontinuum von Länge) 500 (von) Firmen mit Projekten von Typ 1 sowie (ein Kontinuum von Länge) 500 (von) Firmen mit Projekten von Typ 2 aktiv. Projekt 1 liefert  $R_1 = 90$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = 90\%$ , Projekt 2 liefert  $R_2 = 100$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_2 = 81\%$ , im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Der Kapitaleinsatz ist  $B = 72$ , die Sicherheiten  $S = 48,5$ . Es herrscht vollständige Information, so dass für die Inhaber der zwei verschiedenen Projekte 1 und 2 verschiedene Kreditzinssätze  $r$  verlangt werden können. Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 720.000i$ .

(a) Geben Sie  $E(\pi_1^{KN})$  und  $E(\pi_2^{KN})$  in Abhängigkeit vom Zins  $r$  an, der von der jeweiligen Gruppe verlangt wird.

(b) Berechnen Sie  $E(\pi_1^{KG})$  und  $E(\pi_2^{KG})$  in Abhängigkeit von  $r$ . Wie lauten mit  $i$  als Einlagenzins die jeweiligen Nullgewinnbedingungen?

(c) Ermitteln Sie aus den Bedingungen in den Aufgabenteilen (a) und (b) den Einlagenzins  $i$ , bis zu dem die Firmen aus den beiden Risikoklassen jeweils Kapital nachfragen.

(d) Berechnen Sie den gleichgewichtigen Einlagenzinssatz  $i$ .

(e) Berechnen Sie aus den Bedingungen in Aufgabenteil (b) die unterschiedlichen Kreditzinsen  $r$ , die von den beiden Risikoklassen verlangt werden.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A2: Moral hazard** 50 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz  $B = 100$ . Projekt 1 liefert mit 90% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von  $R_1 = 150$ , Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% eine Auszahlung von  $R_2 = 167,5$ . Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 192.307,7 i$ .

- (a) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 1 in Abhängigkeit vom Kreditzins  $r$ ?
- (b) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 2?
- (c) Berechnen Sie den Zinssatz  $r_1$ , oberhalb dessen die Kapitalnehmer riskant investieren. Berechnen Sie auch den Zinssatz  $r_2$ , bei dem  $E(\pi_2^{KN}) = 0$  ist.
- (d) Berechnen Sie die Renditen  $i(r_1)$  und  $i(r_2)$  und den markträumenden Zins.
- (e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit  $r$  an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A3: Erwartungsnutzen** (a) Definieren Sie den Begriff „Risikoaversion“.

(b) Wie hängt es von der Krümmung der Nutzenfunktion  $U(c)$  (mit  $U'(c) > 0$ ) ab, ob Risikoaversion oder -neutralität vorliegt? (Hier keine Begründung notwendig.)

(c) Formulieren Sie die Ungleichung, die besagt, dass  $U(c)$  bei strikter Konkavität (außer im Tangentialpunkt selbst) unterhalb der Tangente im Punkt  $(E(c), U[E(c)])$  liegt.

(d) Illustrieren Sie den Sachverhalt aus Aufgabenteil (c) anhand einer Grafik.

(e) Beweisen Sie anhand der Ungleichung aus Aufgabenteil (c), dass Risikoaversion im Sinne von Aufgabenteil (a) vorliegt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A4: Diamond-Dybvig-Modell** Betrachten Sie eine Bank mit  $N = 2.000$  Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von  $R - 1 = 10\%$ . Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist  $L - 1 = -10\%$ . Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils  $1/2$  ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben oder einer Verzinsung von  $R - 1$  bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt „first come, first served“.

- (a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation?
- (b) Wie hoch sind die Ansprüche an die Bank, wenn die Ungeduldigen früh und die Geduldigen spät abheben? Kann die Bank diese Ansprüche bedienen?
- (c) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in Zeitpunkt 2, wenn sie die komplette langfristige Investition frühzeitig liquidiert? Reicht das aus, um alle Kunden bis auf einen zu bedienen?
- (d) Stellen Sie die Abhebungsmöglichkeiten eines geduldigen Anlegers dar, der erwartet, dass alle anderen Geduldigen schon früh abheben? Wie handelt er? Warum?
- (e) Nennen Sie drei Maßnahmen gegen Bank runs.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A5: Leverage** Die Refinanzierungskosten einer Bank seien  $i = 2\%$ .

- (a) Definieren Sie die Leverage  $l$  der Bank.
- (b) Definieren Sie die Eigenkapitalrendite  $EKR$  in Abhängigkeit von  $x$ ,  $EK$  und  $FK$ .
- (c) Formen Sie die Formel für die Eigenkapitalrendite so um, dass  $EKR$  in Abhängigkeit von der Gesamtkapitalrendite  $x$  und der Leverage  $l$  ausgedrückt wird.
- (d) Im Erfolgsfall sei  $x = 5\%$ . Wie hoch muss die Leverage für eine Eigenkapitalrendite von 20% gewählt werden?
- (e) Bei welcher Gesamtkapitalrendite  $x$  geht bei der Leverage aus Aufgabenteil (b) das gesamte Eigenkapital verloren?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A6: Grenzen der Arbitrage** Eine Aktie zahlt in  $t = 1$  eine Dividende  $D_1 = 22$  und danach keine Dividenden mehr. Der sichere Zins ist  $i = 10\%$ . Es sind  $N = 10.000$  Aktien in Umlauf. Noise trader investieren unabhängig vom Kurs  $x = 250.000$  in die Aktie.

- (a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs  $F$  der Aktie in  $t = 0$ ? Wie hoch ist die Marktkapitalisierung bei fundamentaler Bewertung?
- (b) Wie hoch ist der Kurs  $Q_0$ , wenn die Arbitrageure  $s$  Aktien leer verkaufen (und keine Aktien kaufen)?
- (c) Welche Aktion der Arbitrageure ist notwendig für eine fundamentale Bewertung der Aktie?
- (d) Angenommen, die Arbitrageure können maximal  $\bar{s} = 1.905$  Aktien shorten. Wie hoch sind  $s$  und  $Q_0$  im Gleichgewicht?
- (e) Wie hoch sind  $s$  und  $Q_0$  im Gleichgewicht, wenn die Noise trader stattdessen preisunabhängig  $x = 200.000$  investieren?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**Aufgabe B1: Finanzielle Fragilität** Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ( $j = 1, 2$ ), die jeweils über Sicherheiten  $S$  verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer  $E(\pi_j^{KN})$  und die erwartete Rückzahlung  $E(\pi_j^{KG})$  für einen Kredit an Risikoklasse  $j$ ?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze  $r_j$ , bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion  $E(p_j|r \leq r_j)$ ? Erklären Sie, wie sich  $E(p_j|r \leq r_j)$  ändert, wenn  $r$  steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber  $E(\pi_j^{KG}|r \leq r_j) = E(p_j|r \leq r_j)[(1+r)B - S] + S$  vom Zins  $r$  ab? Wie lautet die Renditefunktion  $i(r)$ ? Erklären Sie den Verlauf von  $i(r)$ . Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum  $i(r_1) < E(R)/B - 1$  und  $i(r_2) = E(R)/B - 1$  gilt.

(d) Das Kapitalangebot  $S(i)$  sei bis zu einem Schwellenwert  $\bar{i}$  „gering“ und steige darüber stark mit  $i$  an. Welche zwei Bedingungen kennzeichnen finanzielle Fragilität? Veranschaulichen Sie die Situation mit zwei Grafiken, in denen Sie einerseits die Rendite und andererseits Kapitalangebot und -nachfrage über dem Zins  $r$  abtragen.

(e) Illustrieren Sie in Ihren Grafiken aus Aufgabenteil (d) die Auswirkungen eines Anstiegs von  $\bar{i}$  über  $i(r_1)$  hinaus. Wie ändern sich der gleichgewichtige Zins und die gleichgewichtige Kapitalvergabe?

**Aufgabe B2: Aktienfinanzierung als Lösung von Problemen asymmetrischer Information**

Betrachten Sie das Modell zur Aktienfinanzierung von Investitionsprojekten bei versteckten Eigenschaften. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung des Investitionskapitals  $B$  einen Anteil  $s$  an den Erträgen  $R$  des Projekts.

(a) Wie lauten die Gewinne der Kapitalnehmer  $E(\pi_j^{KN})$ , die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber  $E(\pi_j^{KG})$  und die Rendite auf ausgegebenes Kapital?

(b) Stellen Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik dar, in der Angebot und Nachfrage über  $s$  abgetragen werden. Beschriften Sie die eingezeichneten Kurven. Welche Modellannahme stellt sicher, dass es einen Schnittpunkt von Angebot und Nachfrage gibt?

(c) Wie hoch ist das Investitionsvolumen im Gleichgewicht, wenn die Modellannahme aus Aufgabenteil (b) erfüllt ist?

Nun gebe es zwei Risikoklassen  $j = 1, 2$ . Firmen aus Risikoklasse  $j$  haben einen Wert  $V_j$ , wobei  $V_1 > V_2 > 0$  ist.

(d) Wie lauten die erwarteten Gewinne  $E(\pi_j^{KN})$ ? Einen Anteil  $s$  wovon erhalten die Kapitalgeber für die Bereitstellung von  $B$ ? Wie lautet die Bedingung dafür, dass ein Unternehmen aus Risikoklasse  $j$  Investitionskapital nachfragt?



- (e) Berechnen Sie aus der Bedingung aus Aufgabenteil (d) die  $s$ -Werte, für die Unternehmen aus Klasse  $j$  Kapital nachfragen. Erklären Sie, bei welchen  $s$ -Werten adverse Selektion eintritt.
- (f) Wie lauten die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber und die resultierende Rendite in Abhängigkeit von  $s$ ?
- (g) Zeigen Sie, dass bei  $s_2$  gemäß Annahme A7 aus der Vorlesung Kapitalüberangebot herrscht. Illustrieren Sie in einer Grafik ein „Lemons-Gleichgewicht“, in dem dennoch nur Risikoklasse 2 mit Kapital versorgt wird. Welche Ungleichung muss dafür erfüllt sein?

Kapitalmarkttheorie WS 2013/14







