

Bachelor-Prüfung „Kapitalmarkttheorie“

6 Kreditpunkte

SS 2018

6.8.2018

Prof. Dr. Lutz Arnold

| | | | | | | | | | |
|---|--|----|----------|----|----------|--|--|--|--|
| <i>Bitte gut leserlich ausfüllen:</i> Name: Vorname: Matr.-nr.: | <i>Wird vom Prüfer ausgefüllt:</i> <table border="1"><tr><td>A</td><td>B1</td><td>B2</td><td>Σ</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> | A | B1 | B2 | Σ | | | | |
| A | B1 | B2 | Σ | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

- **Bearbeiten Sie alle sechs Aufgaben A1-A6 und eine der zwei Aufgaben B1-B2!**
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Fundamentaler Interessenkonflikt Betrachten Sie Investitionsprojekte j mit gleichem erwarteten Payoff und Kapitaleinsatz B , die zum Zins r finanziert und mit S abgesichert werden.

(a) Wie lauten die Gewinne der Kapitalnehmer π^{KN} und die Rückzahlung an die Kapitalgeber π^{KG} allgemein in Abhängigkeit von R ?

(b) Skizzieren Sie die beiden Funktionen aus Aufgabenteil (a) in einer Grafik mit R an der waagerechten Achse.

(c) Wie lauten die Erwartungswerte der beiden Funktionen aus Aufgabenteil (a) für den Spezialfall, in dem die Projekte mit Wahrscheinlichkeit p_j gelingen und mit der Gegenwahrscheinlichkeit scheitern?

(d) Formulieren Sie den fundamentalen Interessenkonflikt zwischen Kapitalnehmer und -geber.

(e) Welche Rolle spielt Risikoaversion bei dem Interessenkonflikt aus Aufgabenteil (d)?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Versteckte Eigenschaften und Kreditrationierung Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können $N_1 = 50$ Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 100$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 80\%$ liefert. $N_2 = 50$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 120$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 60\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 60$ voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten $S = 40$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 19.200 i$.

- (a) Wie lauten die erwarteten Gewinne $E(\pi_j^{KN})$ für die Kapitalnehmer?
- (b) Berechnen Sie die Zinssätze r_1 und r_2 , bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.
- (c) Berechnen Sie die beiden Renditen $i(r_1)$ und $i(r_2)$ auf Kapital bei den beiden Zinssätzen aus Aufgabenteil (b).
- (d) Skizzieren Sie das Kapitalmarktgleichgewicht in der üblichen Grafik.
- (e) Wie hoch ist der Gleichgewichtstzins? Wie viele Unternehmen erhalten kein Kapital?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Langfristige Kreditbeziehungen $N = 100$ Unternehmen haben die Wahl zwischen zwei Projekten, die jeweils einen Kapitaleinsatz von $B = 1$ erfordern. Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{3}{4}$ einen Payoff von 2. Bei Misserfolg liefert es keinen Payoff. Projekt 2 bringt dem Management private Vorteile im Wert von $R^f = \frac{1}{5}$, aber keine für den Schuldendienst einsetzbaren Erträge. Die Projekte werden ohne Sicherheiten vollständig fremdfinanziert, wobei die Kapitalgeber erst im Nachhinein die Mittelverwendung (in Projekt 1 oder 2) feststellen können. Die Diskontrate der Unternehmen für zukünftige Gewinne ist $\rho = 1$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 1.600i$.

- (a) Berechnen Sie $E(\pi_1^{KN})$ in Abhängigkeit von r . Zeigen Sie, dass es sich bei einmaligem Investieren für keinen positiven Zinssatz r lohnt, in Projekt 1 zu investieren.
- (b) Wie hoch ist die Summe der erwarteten Gewinne aus (unbegrenzt häufigem) wiederholtem Investieren in Projekt 1 in Abhängigkeit von r ?
- (c) Berechnen Sie den Zins r_1 , bis zu dem Projekt 1 realisiert wird.
- (d) Berechnen Sie die Renditefunktion $i(r)$. Wie lauten $i(r_1)$ und $S[i(r_1)]$?
- (e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. Wie hoch ist der Gleichgewichtszins?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit $N = 2.000$ Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R - 1 = 25\%$. Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L - 1 = -10\%$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils $1/2$ ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben oder einer Verzinsung von $R - 1$ bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt „first come, first served“.

- (a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation?
- (b) Wie hoch sind die Ansprüche an die Bank, wenn die Ungeduldigen früh und die Geduldigen spät abheben? Kann die Bank diese Ansprüche bedienen?
- (c) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in Zeitpunkt 2, wenn sie die komplette langfristige Investition frühzeitig liquidiert? Wie viele Mittel bräuchte sie, um alle Kunden bis auf einen zu bedienen?
- (d) Stellen Sie die Abhebemöglichkeiten eines geduldigen Anlegers, der erwartet, dass alle anderen Geduldigen schon früh abheben, mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten dar. Wie handelt er?
- (e) Nennen Sie drei Maßnahmen, mit denen Bank runs vermieden werden können.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Kapitalmarkteffizienz

- (a) Definieren Sie: Wann ist eine Zufallsvariable Q_t ein Random walk?
- (b) Wie lautet die Gleichung, nach der Aktien- und festverzinsliche Anlage das gleiche erwartete Vermögen liefern?
- (c) Zeigen Sie, dass der Kurs für $D_t \approx 0$ und $i = 0$ näherungsweise ein Random walk ist.
- (d) Wie lautet bei konstantem Zins i allgemein die Gleichung für den Fundamentalwert einer Aktie mit Dividenden D_t (keine Herleitung notwendig)?
- (e) Wie lautet der Spezialfall der Formel aus Aufgabenteil (d) für konstante Dividenden $D_t = D$? Zeigen Sie, dass dieser Spezialfall die Gleichgewichtsbedingung aus Aufgabenteil (b) erfüllt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Grenzen der Arbitrage Eine Aktie zahlt ab $t = 1$ eine Dividende mit konstantem Erwartungswert $E_t(D_{t+1}) = 30$. Der sichere Zins ist $i = 1,5\%$. Es sind $N = 100$ Aktien in Umlauf. Noise trader investieren ab $t = 1$ $x_t = 200.000$ in die Aktie.

(a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs F der Aktie in $t = 0$? Wie hoch ist die Marktkapitalisierung bei fundamentaler Bewertung?

(b) Wie lautet die Gleichgewichtsbedingung für den Markt in Abhängigkeit von y und s ? Lösen Sie sie nach dem Gleichgewichtskurs Q auf.

(c) Wie hoch ist der Kurs der Aktie in $t = 0$, wenn die Noise trader dann $x = 150.000$ in die Aktie investieren und die Arbitrageure nicht handeln (d.h. $y = s = 0$)?

(d) Über wie viel Kapital \bar{y} müssen die Arbitrageure mindestens verfügen, damit es zu fundamentaler Bewertung kommt?

(e) Wie hoch ist der Kurs der Aktie in $t = 0$, wenn die Noise trader dann $x = 250.000$ in die Aktie investieren und die Arbitrageure nicht handeln? Wie viele short sales (\bar{s}) müssen die Arbitrageure mindestens durchführen können, damit es zu fundamentaler Bewertung kommt?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Zwei-Preis-Gleichgewicht Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben (für Risikoklasse 2 kleiner als für Risikoklasse 1) und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j ?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j , bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j | r \leq r_j)$? Erklären Sie, wie sie sich ändert, wenn r steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG} | r \leq r_j) = E(p_j | r \leq r_j)[(1+r)B - S] + S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r)$ das globale Maximum bei r_2 erreicht.

(d) Die Kapitalangebotsfunktion sei $S(i)$. Wie lautet die Bedingung dafür, dass das Angebot groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?

(e) Welche Bedingung müssen das Kapitalangebot bei r_1 (d.h. $S[i(r_1)]$) und die Kapitalnachfrage erfüllen, damit es zu einem Zwei-Preis-Gleichgewicht kommt? Illustrieren Sie Ihre Antwort anhand einer Skizze.

(f) Erklären Sie mit einem Satz, warum kein Gleichgewicht vorliegt, wenn das gesamte angebotene Kapital zum Zins r_1 vergeben wird (keine „reine“ Kreditrationierung).

(g) Wie ist der Zins \tilde{r}_1 definiert? Markieren Sie \tilde{r}_1 in der Grafik aus Aufgabenteil (e). Wie hoch ist die Restnachfrage bei \tilde{r}_1 , wenn die Kreditvergabe bei r_1 durch \tilde{S} gegeben ist? Wie hoch ist das Restangebot? Berechnen Sie den Wert von \tilde{S} , bei dem Restnachfrage und Restangebot gleich groß sind.

(h) Erklären Sie, warum es im Zwei-Preis-Gleichgewicht für die Kapitalgeber keinen Gewinn erbringt, entweder mit einem Zins $r < \tilde{r}_1$ außer r_1 oder mit einem Zins $r > \tilde{r}_1$ abzuweichen.

Aufgabe B2: Optimaler Kontrakt im Diamond-Dybvig-Model (a) Was ist der Unterschied zwischen ungeduldigen und geduldigen Anlegern? Wie lautet die Erwartungsnutzenfunktion aus Sicht von Zeitpunkt 1?

(b) Welche Anlagemöglichkeiten mit welchen Renditen hat die Bank? Geben Sie die Gleichungen an, die die Verzinsungen i_2 und i_3 von kurz- bzw. langfristigen Einlagen in Abhängigkeit von der langfristigen Investition I angeben. Zeigen Sie mit Hilfe dieser Gleichungen, dass $1 + i_3 = R(1 - i_2)$ gilt.

(c) Drücken Sie mit Hilfe von Aufgabenteil (b) den Erwartungsnutzen aus Aufgabenteil (a) als eine Funktion von i_2 allein aus. Wie lauten die Bedingungen erster und zweiter Ordnung für Erwartungsnutzenmaximierung? Nehmen Sie im Folgenden an, dass das optimale i_2 nicht-negativ ist. Zeigen Sie, dass $i_3 > i_2$ ist.

(d) Erklären Sie ein Gleichgewicht ohne Bank run.

(e) Zeigen Sie, dass wegen $N > 2/(1 - L)$ auch ein Bank-run-Gleichgewicht existiert.

Kapitalmarkttheorie SS 2018







