Einführung in das Thema Parallelogramm

Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz
Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: Geometrie

Universität Regensburg

Lehrplanaussagen MS, RS

- Lehrplanaussage MS:
  - Jahrgangsstufe 6:
    - Einführung der Vierecke
    - Vorstellung des Parallelogramms, jedoch keine Vertiefung
  - Jahrgangsstufe 7:
    - Höhen im Parallelogramm
    - Flächeninhalt / Umfang des Parallelogramms
  - Jahrgangsstufe 9:
    - Vierecke zeichnen und berechnen

Lehrplanaussagen MS, RS

- Lehrplanaussage RS:
  - Jahrgangsstufe 5:
    - Erster Kontakt der Schüler mit dem Begriff „Parallel“

      → parallele Geraden
  - Jahrgangsstufe 9:
    - Schüler lernen die Flächeninhalte von Parallelogrammen zu berechnen.
    - Schüler lernen die Flächeninhalte von Figuren durch Zerlegung in paarweise kongruente Teilfiguren zu bestimmen.
    - Höhen im Parallelogramm
    - Flächeninhalt ebener Vielecke: Formeln für den Flächeninhalt von Parallelogramm

Definition Parallelogramm

Ein Viereck mit zwei paarweise parallelen Seiten wird Parallelogramm genannt.

Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Parallelogramme in Natur und Technik

Universität Regensburg

Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Parallelogramme in Natur und Technik

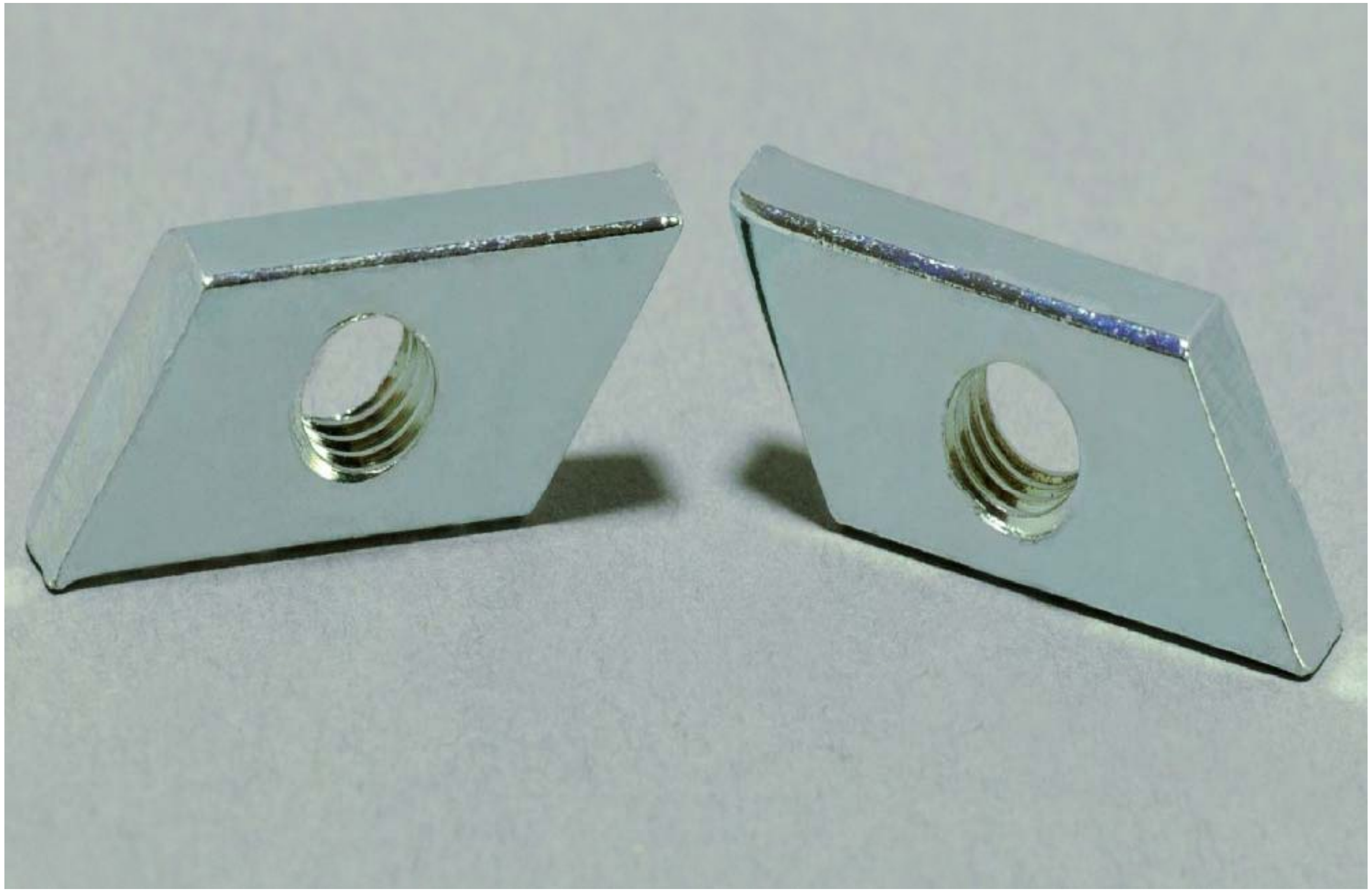
Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Parallelogramme in Natur und Technik

Universität Regensburg

Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Parallelogramme in Natur und Technik



Parallelogramme in Natur und Technik

Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Parallelogramme in Natur und Technik

Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Parallelogramme in Natur und Technik

Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Parallelogramme in Natur und Technik

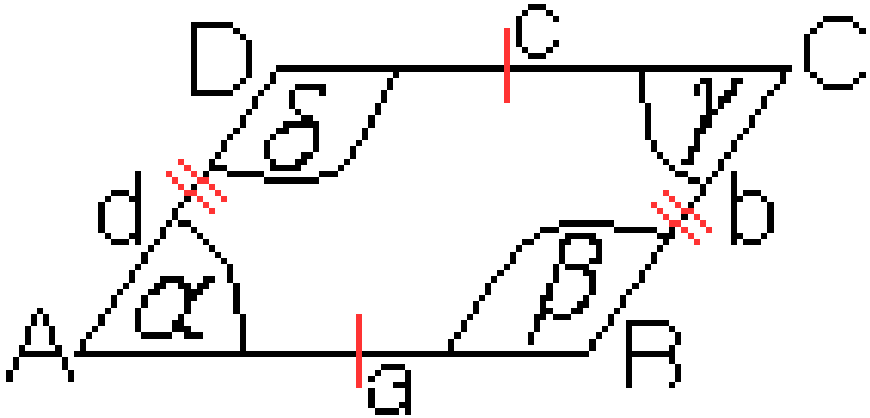
Parallelogramme in Natur und Technik

Zeichendiktat

- Zeichne mit deinem Geodreieck einen 5cm langen Strich so, dass er genau 10 kleine Kästchen lang ist.
- Zähle am Ende des Striches 6 Kästchen nach oben und dann 4 Kästchen nach rechts
- Zeichne dort einen kleinen Punkt
- Lege das Geodreieck mit der Null an den Punkt und zeichne einen 5cm langen Strich auf der Linie nach links
- Jetzt verbinde die Eckpunkte
- Was siehst du?

Vier Sätze zur Definition eines Parallelogramms

- Satz 1:
  - Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn die Gegenseiten gleich lang sind.



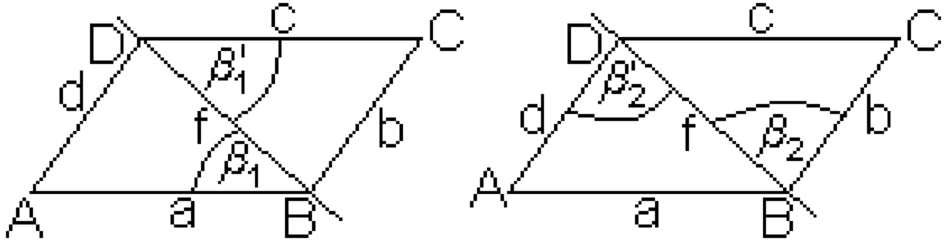
Universität Regensburg

Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Vier Sätze zur Definition eines Parallelogramms

- Beweis:
  - Zeichnet man die Diagonale f ein, so wird das Parallelogramm in zwei Dreiecke zerlegt. Nach dem Kongruenzsatz sss sind sie kongruent. Damit sind die Winkel beta1 und beta1' gleich groß. Sie sind aber auch Wechselwinkel zu den Geraden AB und CD mit der Schnittgeraden DB. Nach der Umkehrung des Satzes von den Wechselwinkeln an Parallelen gilt AB||CD. Die rechte Zeichnung stellt sicher, dass auch BC||AD gilt.

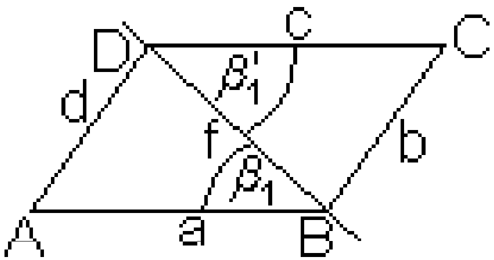
    Damit sind die Gegenseiten parallel und das Viereck ist ein Parallelogramm.

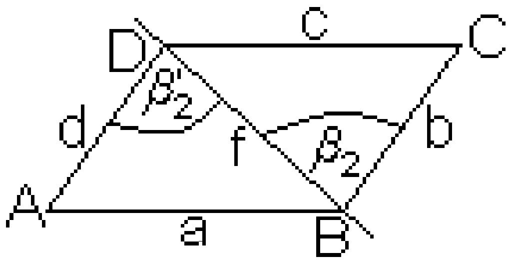


Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Vier Sätze zur Definition eines Parallelogramms

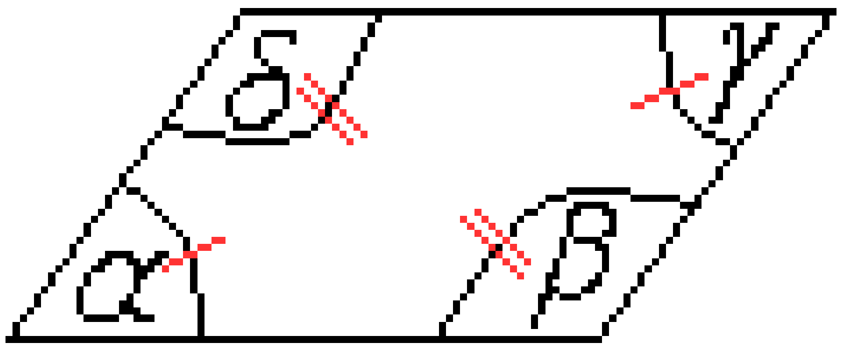
- Beweis:
  - Wegen des Zusatzes "genau" in Satz 1 gilt auch die Umkehrung. Deshalb hat der Beweis noch einen zweiten Teil. Voraussetzung ist jetzt, dass die Gegenseiten parallel sind. An der gleichen Zeichnung kann man ablesen, dass die eingezeichneten Winkel nach dem Satz von den Wechselwinkeln an Parallelen gleich sind. Nach dem Kongruenzsatz wsw sind die Dreiecke kongruent. (s steht für die Diagonale f.) Dann folgt, dass einander zugeordnete Dreieckseiten gleich groß sind: a=c und b=d





Vier Sätze zur Definition eines Parallelogramms

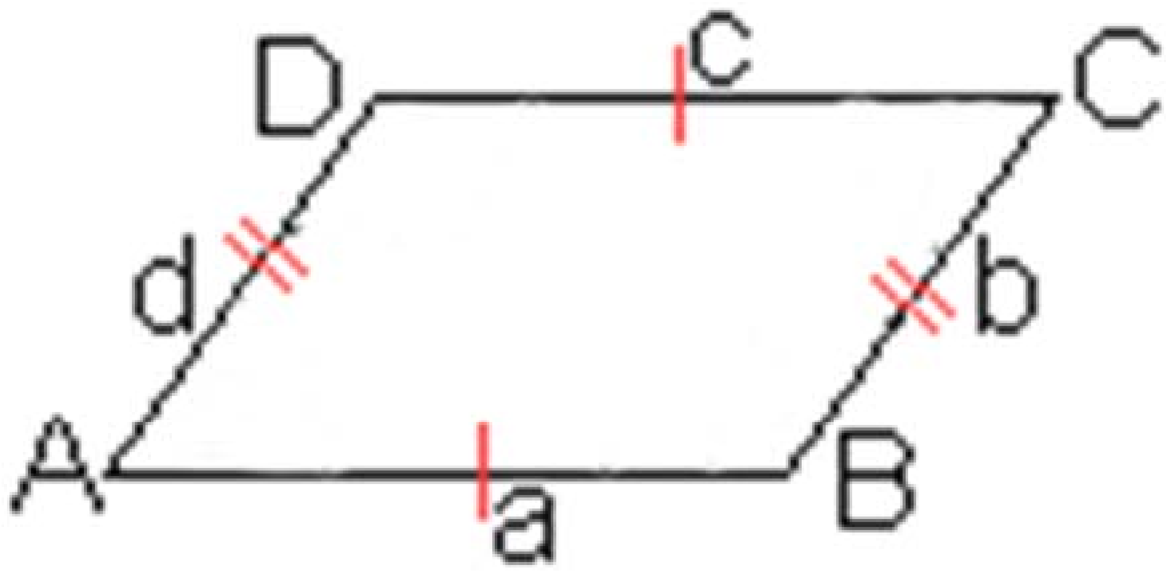
- Satz 2:
  - Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn die Gegenwinkel gleich groß sind.



Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

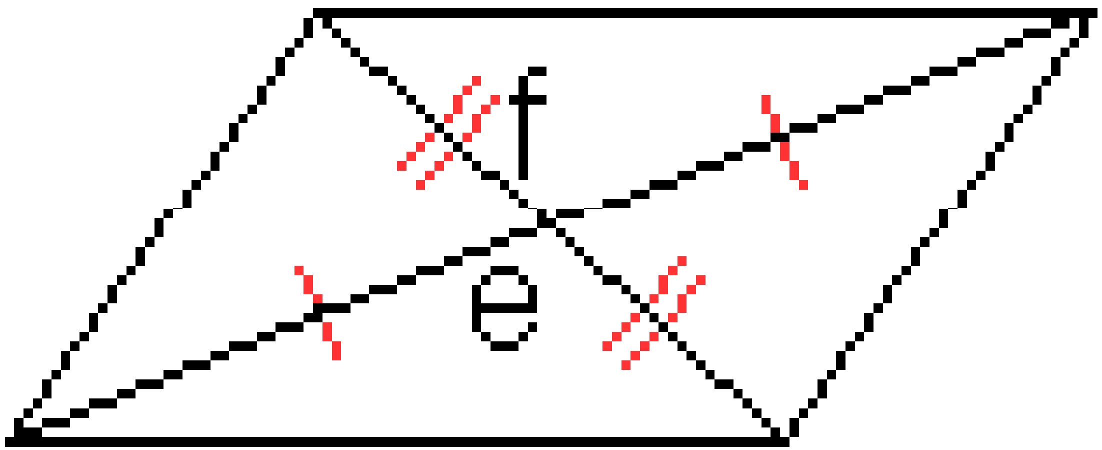
Vier Sätze zur Definition eines Parallelogramms

- Satz 3:
  - Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn ein Paar Gegenseiten gleich lang und parallel sind.



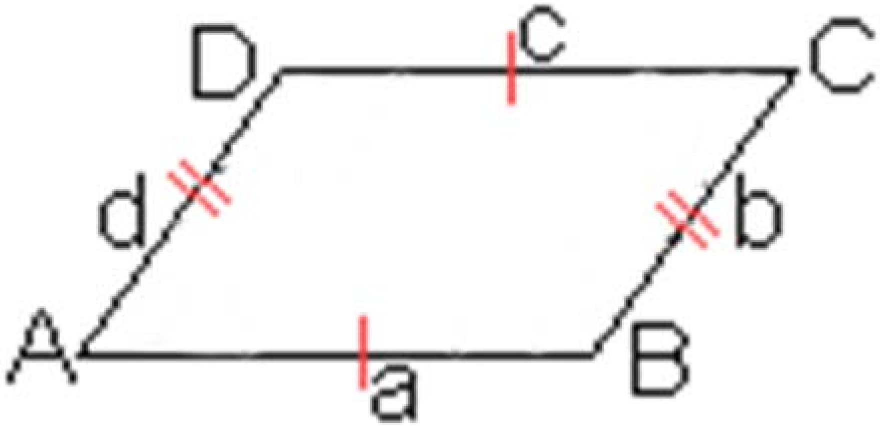
Vier Sätze zur Definition eines Parallelogramms

- Satz 4:
  - Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn sich die Diagonalen halbieren.



Umfang eines Parallelogramms

- Der Umfang des Parallelogramms ergibt sich aus der Summe der vier Seitenlängen.
  - U = a + b + c + d
  - Die gegenüberliegenden Seiten sind gleich lang: c = a und d = b
  - U = a + b + a + b
  - U = 2a + 2b
  - U = 2 * (a + b)

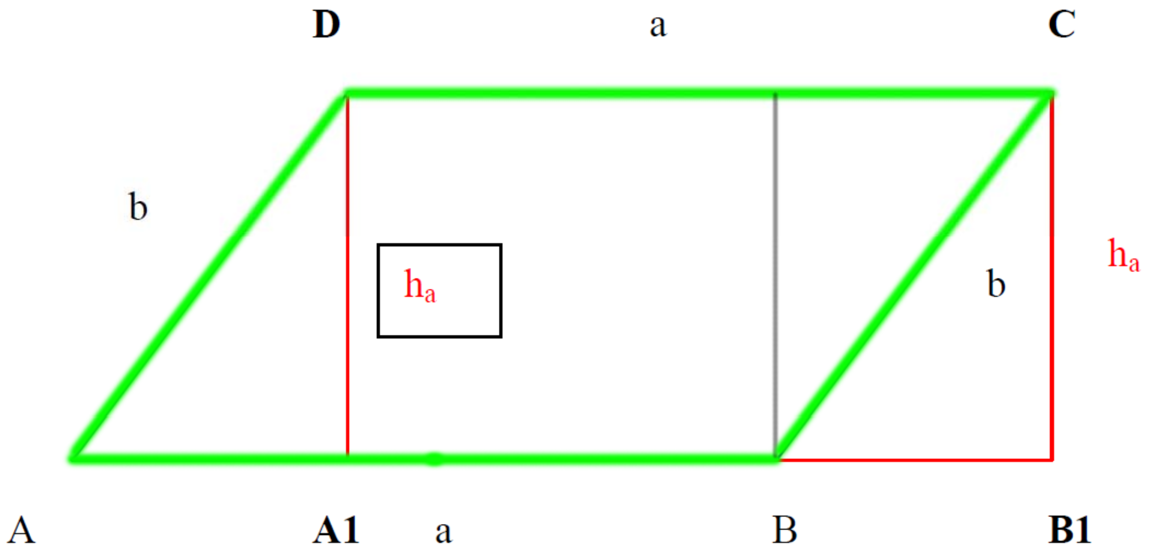


Simone Alvarenga, Klaus Baderschneider, Mathias Volz

Fläche eines Parallelogramms

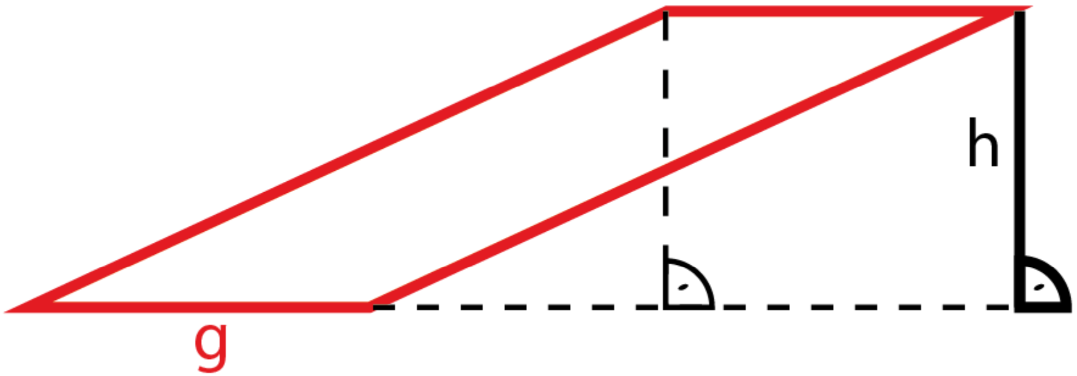
- Der Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD besteht aus einem Rechteck und zwei Dreiecken.
- Durch die **Verschiebung** eines Dreiecks könnte man ein dem Parallelogramm **flächengleiches Rechteck** erhalten.
- Der **Flächeninhalt des Rechtecks** beträgt dann: Länge g mal Breite h.
- Also beträgt der **Flächeninhalt des Parallelogramms**: Grundseite g mal Höhe h

  Oder kurz: **A = g · h**



Fläche eines Parallelogramms

- Höhe kann auch außerhalb der Fläche / Figur liegen.



- Je nachdem welches Paar paralleler Gegenseiten als Grundseite angesehen wird, ändert sich die Höhe.